Современный
Гуманитарный
Университет

Дистанционное образование

0619.03.03;1

Рабочий учебник

Фамилия, имя, отчество _____

Факультет _____

Номер контракта _____

ФИЗИКА

ЮНИТА 3

ЭЛЕКТРИЧЕСТВО И ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ

Москва 2002

ОГЛАВЛЕНИЕ

ДИДАКТИЧЕСКИЙ ПЛАН 6
ЛИТЕРАТУРА 7
ПЕРЕЧЕНЬ УМЕНИЙ 8
ТЕМАТИЧЕСКИЙ ОБЗОР 10
Глава 1. Электростатика 10
§1. Закон сохранения электрического заряда 10
§2. Закон Кулона 11
§3. Электростатическое поле. Напряженность электростатического поля 12
3.1. Силовая характеристика электростатического поля . . 12
3.2. Графическое изображение электростатического поля 14
3.3. Циркуляция вектора напряженности электростатического поля 16
§4. Принцип суперпозиции электростатических полей 17
§5. Теорема Гаусса 20
5.1. Теорема Гаусса для электростатического поля в вакууме 20
5.2. Применение теоремы Гаусса к расчету некоторых электростатических полей в вакууме 22
5.2.1. Поле равномерно заряженной бесконечной плоскости 22
5.2.2. Поле двух бесконечных параллельных равномерно заряженных плоскостей 23
5.2.3. Поле равномерно заряженной сферической поверхности 23
5.2.4. Поле объемно заряженного шара 24
5.2.5. Поле равномерно заряженного бесконечного цилиндра (нити) 25
§6. Потенциал электростатического поля 26
6.1. Энергетическая характеристика электростатического поля 26
6.2. Эквипотенциальные поверхности 29
§7. Связь между напряженностью и потенциалом электростатического поля 30
§8. Поляризация диэлектриков 33
8.1. Типы диэлектриков 33
8.2. Поляризованность 35
§9. Электрическое смещение 37
§10. Сегнетоэлектрики 42
§11. Проводники в электростатическом поле 44

§12. Электрическая емкость уединенного проводника 48
§13. Конденсаторы 49
§14. Энергия электростатического поля 53
14.1. Энергия системы неподвижных точечных зарядов .. 53
14.2. Энергия заряженного уединенного проводника 54
14.3. Энергия заряженного конденсатора 55
14.4. Энергия электростатического поля 56
Глава 2. Постоянный электрический ток 57
§ 15. Электрический ток и его характеристики 57
§ 16. Сторонние силы. Электродвижущая сила и напряжение 59
§ 17. Закон Ома. Сопротивление проводников 61
§ 18. Работа и мощность тока. Закон Джоуля — Ленца 64
§ 19. Закон Ома для неоднородного участка цепи 66
§ 20. Правила Кирхгофа для разветвленных цепей 68
§ 21. Элементарная классическая теория электропроводности металлов 69
§22. Вывод основных законов электрического тока в классической теории электропроводности металлов 72
22.1. Закон Ома 72
22.2. Закон Джоуля — Ленца 73
22.3. Закон Видемана — Франца 74
§ 23. Работа выхода электронов из металла 76
§ 24. Эмиссионные явления и их применение 77
§ 25. Ионизация газов. Несамостоятельный газовый разряд . 81
§ 26. Самостоятельный газовый разряд и его типы 84
§ 27. Плазма и ее свойства 89
Глава 4. Магнитное поле 90
§ 28. Магнитное поле и его характеристики 90
28.1. Вектор магнитной индукции 92
28.2. Графическое изображение магнитного поля 93
28.3. Вектор напряженности магнитного поля 94
§ 29. Закон Био — Савара — Лапласа и его применение к расчету магнитного поля 95
29.1. Магнитное поле прямого тока 96
29.2. Магнитное поле в центре кругового проводника с током 97
§ 30. Закон Ампера 98
30.1. Взаимодействие параллельных токов 98
30.2. Магнитная постоянная. Единицы магнитной индукции и напряженности магнитного поля 100
§ 31. Магнитное поле движущегося заряда 101

§ 32. Действие магнитного поля на движущийся заряд 103
32.1. Сила Лоренца 103
32.2. Движение заряженных частиц в магнитном поле .. 104
§ 33. Ускорители заряженных частиц 106
§ 34. Эффект Холла 108

§ 35. Циркуляция вектора $\vec{B}$ магнитного поля в вакууме ... 110
§ 36. Магнитные поля соленоида и тороида 112

§ 37. Магнитный поток. Теорема Гаусса для поля $\vec{B}$ 114
§ 38. Работа по перемещению проводника и контура с током в магнитном поле 116
§ 39. Магнитные моменты электронов и атомов 118
§ 40. Магнитное поле в веществе 121
40.1 Диа- и парамагнетизм 121
40.2. Намагниченность 123
40.3. Условия на границе раздела двух магнетиков 127
§41. Ферромагнетики 129
41.1 Свойства ферромагнетиков 129
41.2 Природа ферромагнетизма 133
Глава 4. Электромагнитная индукция 135
§ 42. Явление электромагнитной индукции 135
42.1. Опыты Фарадея 135
42.2. Закон Фарадея 137
§ 43. Вращение рамки в магнитном поле 139
§ 44. Вихревые токи (токи Фуко) 141
§ 45. Индуктивность контура. Самоиндукция 142
§ 46. Токи при размыкании и замыкании цепи 144
§ 47. Взаимная индукция 147
§ 48. Трансформаторы 149
§ 49. Энергия магнитного поля 151
Глава 5. Основы теории Максвелла для электромагнитного поля 153
§ 50. Вихревое электрическое поле 153
§ 51. Ток смещения 154
§ 52. Уравнения Максвелла для электромагнитного поля ... 158
ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ 163
ТРЕНИНГ УМЕНИЙ 166
ГЛОССАРИЙ*

* Глоссарий расположен в середине учебного пособия и предназначен для самостоятельного заучивания новых понятий.

ДИДАКТИЧЕСКИЙ ПЛАН

Электростатика. Закон сохранения электрического заряда. Закон Кулона. Электростатическое поле. Напряженность электростатического поля. Принцип суперпозиции электростатических полей. Теорема Гаусса. Потенциал электростатического поля. Эквипотенциальные поверхности. Типы диэлектриков. Поляризация диэлектриков. Сегнетоэлектрики. Проводники в электростатическом поле. Электрическая емкость уединенного проводника. Конденсаторы. Энергия электростатического поля.

Постоянный электрический ток. Электрический ток, сила и плотность тока. Сторонние силы. Электродвижущая сила и напряжение. Закон Ома. Сопротивление проводников. Работа и мощность тока. Закон Джоуля – Ленца.

Электрические токи в металлах, вакууме и газах. Элементарная классическая теория электропроводности металлов. Вывод основных законов электрического тока в классической теории электропроводности металлов. Работа выхода электронов из металла. Эмиссионные явления и их применение. Ионизация газов. Несамостоятельный газовый разряд. Самостоятельный газовый разряд и его типы. Плазма и ее свойства.

Магнитное поле. Магнитное поле и его характеристики. Закон Био – Савара – Лапласа и его применение к расчету магнитного поля. Закон Ампера. Взаимодействие параллельных токов. Магнитное поле движущегося заряда. Действие магнитного поля на движущийся заряд. Ускорители заряженных частиц. Эффект Холла. Поток вектора магнитной индукции. Работа по перемещению проводника и контура с током в магнитном поле. Магнитные моменты электронов и атомов. Диа- и парамагнетизм. Ферромагнетики и их свойства.

Электромагнитная индукция. Явление электромагнитной индукции. Закон Фарадея. Вращение рамки в магнитном поле. Вихревые токи. Индуктивность контура. Самоиндукция. Взаимная индукция. Трансформаторы. Энергия магнитного поля.

Основы теории Максвелла для электромагнитного поля. Вихревое электрическое поле. Ток смещения. Уравнение Максвелла для электромагнитного поля.

ЛИТЕРАТУРА

Базовая

1. Трофимова Т.И. Курс физики. – М., Высшая школа. 2000.

2. Детлаф А.А., Яворский Б.М. Курс физики. – М., Высшая школа. 2000.

Дополнительная

3. Бабаджан Е.И., Гервидс В.И., Дубовик В.М., Нерсесов Э.А. Сборник качественных вопросов и задач по общей физике. – М., Наука. 1990.

4. Калашников С.Г., Электричество. – М., Наука, 1998.

5. Савельев И.В. Курс общей физики. Книга 2. Электричество и магнетизм. – М., Наука. 1998.

6. Сивухин Д.В. Общий курс физики. Т.2. Электричество. – М., Наука. 1998.

7. Стрелков С.П., Сивухин Д.В., Угаров В.А., Яковлев И.А. Сборник задач по общему курсу физики. Т.3. Электричество и магнетизм. – М., Наука. 1998.

ПЕРЕЧЕНЬ УМЕНИЙ

№ п/п	Умение	Алгоритм
1	2	3
1	Решить задачу по теме: "Закон Кулона"	Найти все силы, действующие на тело, включая кулоновскую силу, и изобразить их (направление кулоновской силы зависит от знаков зарядов взаимодействующих тел). Записать второй закон Ньютона в векторной форме и перейти к скалярной записи, заменив все векторы их проекциями на оси, учитывая, что система находится в равновесии. Исходя из физической природы сил, выразить силы через физические величины, от которых они зависят, и подставить их в закон Ньютона. Присутствие среды в задаче учитывается в формуле кулоновской силы. Решить систему уравнений относительно искомых величин.
2	Решить задачу на определение напряженности и потенциала данной точки электростатического поля	Определить, какие заряды создают поле в данной точке. Для каждого заряда записать напряженность и потенциал, которые он создает в этой точке. Вычислить суммарную напряженность и суммарный потенциал по принципу суперпозиции полей $\vec{E} = \sum_{i=1}^{n} \vec{E}_i$ и $\varphi = \sum_{i=1}^{n} \varphi_i$.
3	Решить задачу на определение силы тока, напряжения, сопротивления или выделяемой мощности на каком-либо участке цепи	Начертить схему и указать на ней все элементы цепи: источники тока, сопротивления и конденсаторы. Установить (если схема дается в готовом виде), какие элементы цепи включены последовательно, а какие параллельно. Расставить токи на каждом участке цепи и записать для каждого участка уравнения, связывающие токи, напряжения и сопротивления. Используя закон Ома или формулу для напряжения, установить связь между токами напряжениями и ЭДС. Решить полученную систему уравнений.
4	Решить задачу на расчет параметров сложных цепей постоянного тока с применением правил Кирхгофа	Выбрать произвольное направление токов на всех участках цепи; действительное направление токов определяется при решении задачи: если искомый ток получится положительным, то его направление было выбрано правильно, отрицательным — его истинное направление противоположно выбранному.

1	2	3
		Выбрать направление обхода контура и строго его придерживаться; произведение *IR* положительно, если ток на данном участке совпадает с направлением обхода, и, наоборот, ЭДС, действующие по выбранному направлению обхода, считаются положительными, против — отрицательными. Составить столько уравнений, чтобы их число было равно числу искомых величин (в систему уравнений должнь. входить все сопротивления и ЭДС рассматриваемой цепи); каждый рассматриваемый контур должен содержать хотя бы один элемент, не содержащийся в предыдущих контурах, иначе получатся уравнения, являющиеся простой комбинацией уже составленных. Решить полученную систему уравнений.
5	Решить задачу на определение индукции магнитного поля в данной точке	Определить, какие токи (элементы токов) создают поле в данной точке. Для каждого тока (элемента тока) записать индукцию магнитного поля, которую он создает в этой точке. Вычислить суммарную индукцию магнитного поля по принципу суперпозиции полей $\vec{B} = \sum_{i=1}^{n} \vec{B}_i$.
6	Решить задачу по теме: электромагнитная индукция	Рассчитать магнитный поток в различных состояниях и найти его изменение. Расчитать ЭДС индукции, возникающую при изменении магнитного потока. При наличии индуктивности учесть возникновение ЭДС самоиндукции. Найти искомую величину.

ГЛАВА 1. ЭЛЕКТРОСТАТИКА

§1. Закон сохранения электрического заряда

Еще в глубокой древности было известно, что янтарь, потертый о шерсть, притягивает легкие предметы. Английский врач Джильберт (конец XVI в.) назвал тела, способные после натирания притягивать легкие предметы, наэлектризованными. Сейчас мы говорим, что тела при этом приобретают электрические заряды. **Электрический заряд** – величина, определяющая интенсивность электромагнитного взаимодействия заряженных частиц, источник электромагнитного поля. Несмотря на огромное разнообразие веществ в природе, существует только два типа электрических зарядов: заряды, подобные возникающим на стекле, потертом о кожу (их назвали положительными), и заряды, подобные возникающим на эбоните, потертом о мех (их назвали отрицательными); одноименные заряды друг от друга отталкиваются, разноименные — притягиваются.

Опытным путем американский физик Р. Милликен (1868—1953) показал, что электрический заряд дискретен, т. е. заряд любого тела составляет целое кратное от элементарного электрического заряда e (e=1,6 $\cdot 10^{-19}$ Кл). Электрон (m_e =9,11$\cdot 10^{-31}$ кг) и протон (m_p = 1,67$\cdot 10^{-27}$ кг) являются соответственно носителями элементарных отрицательного и положительного зарядов.

Все тела в природе способны электризоваться, т. е. приобретать электрический заряд. Всякий процесс электризации сводится к разделению зарядов, при котором на одном из тел (или части тела) появляется избыток положительного заряда, а на другом (или другой части тела) — избыток отрицательного заряда. Общее количество зарядов обоих знаков, содержащихся в телах, не изменяется: эти заряды только перераспределяются между телами.

Из обобщения опытных данных был установлен фундаментальный закон природы, экспериментально подтвержденный в 1843 г. английским физиком М. Фарадеем (1791—1867), — **закон сохранения заряда**: алгебраическая сумма электрических зарядов любой замкнутой системы (системы, не обменивающейся зарядами с внешними телами) остается неизменной, какие бы процессы ни происходили внутри этой системы.

Электрический заряд — величина релятивистски инвариантная,

* Жирным шрифтом выделены новые понятия, которые необходимо усвоить. Знание этих понятий будет проверяться при тестировании.

т. е. не зависит от системы отсчета, а значит, не зависит от того, движется этот заряд или покоится.

В зависимости от концентрации свободных зарядов тела делятся на проводники, диэлектрики и полупроводники. Проводники — тела, в которых электрический заряд может перемещаться по всему его объему. Проводники делятся на две группы: 1) проводники первого рода (металлы) — перенос в них зарядов (свободных электронов) не сопровождается химическими превращениями; 2) проводники второго рода (например, расплавленные соли, растворы кислот) — перенос в них зарядов (положительных и отрицательных ионов) ведет к химическим изменениям. Диэлектрики (например, стекло, пластмассы) — тела, в которых практически отсутствуют свободные заряды. Полупроводники (например, германий, кремний) занимают промежуточное положение между проводниками и диэлектриками. Указанное деление тел является весьма условным, однако большое различие в них концентраций свободных зарядов обусловливает огромные качественные различия в их поведении и оправдывает поэтому деление тел на проводники, диэлектрики и полупроводники.

Единица электрического заряда (производная единица, так как определяется через единицу силы тока) — кулон (Кл) — электрический заряд, проходящий через поперечное сечение проводника при силе тока 1 А за время 1 с.

$q = q_1 + q_2 + q_3 + \ldots + q_n = \sum_{i=1}^{n} q_i = const$ закон сохр. заряда

§2. Закон Кулона

Закон взаимодействия неподвижных точечных электрических зарядов установлен в 1785 г. Ш. Кулоном с помощью крутильных весов (ранее этот закон был открыт Г. Кавендишем, однако его работа оставалась неизвестной более 100 лет). Точечным называется заряд, сосредоточенный на теле, линейные размеры которого пренебрежимо малы по сравнению с расстоянием до других заряженных тел, с которыми он взаимодействует. Понятие точечного заряда, как и материальной точки, является физической абстракцией.

Закон Кулона: сила взаимодействия F между двумя неподвижными точечными зарядами, находящимися в вакууме, пропорциональна произведению зарядов Q_1 и Q_2, обратно пропорциональна квадрату расстояния r между ними:

$$F = k\frac{|Q_1 Q_2|}{r^2},$$

$e = \pm 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл — величина заряда

где k — коэффициент пропорциональности, зависящий от выбора

системы единиц.

Сила F направлена по прямой, соединяющей взаимодействующие заряды, т. е. является центральной, и соответствует притяжению ($F<0$) в случае разноименных зарядов и отталкиванию ($F>0$) в случае одноименных зарядов. Эта сила называется кулоновской силой. В векторной форме закон Кулона имеет вид

$$\vec{F}_{12} = k\frac{Q_1 Q_2}{r^2}\frac{\vec{r}_{12}}{r}, \quad (2.1)$$

где $\vec{F}_{12}$ — сила, действующая на заряд Q_1 со стороны заряда Q_2, $\vec{r}_{12}$ — радиус-вектор, соединяющий заряд Q_2 с зарядом (рис. 1). На заряд Q_2 со стороны заряда Q_1 действует сила $\vec{F}_{21} = -\vec{F}_{12}$

В единицах СИ коэффициент пропорциональности равен $k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$. Тогда закон Кулона запишется в окончательном виде:

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q_1 Q_2}{r^2}. \quad (2.2)$$

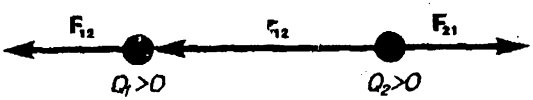


Рис. 1

Величина ε_0 называется электрической постоянной; она относится к числу фундаментальных физических постоянных и равна $\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ Кл^2/(Н·м^2).

§ 3. Электростатическое поле. Напряженность электростатического поля

3.1. Силовая характеристика электростатического поля

Если в пространство, окружающее электрический заряд, внести другой заряд, то на него будет действовать кулоновская сила; значит, в пространстве, окружающем электрические заряды, существует силовое поле. Согласно представлениям современной физики, поле реально

существует и наряду с веществом является одной из форм существования материи, посредством которого осуществляются определенные взаимодействия между макроскопическими телами или частицами, входящими в состав вещества. В данном случае говорят об электрическом поле — поле, посредством которого взаимодействуют электрические заряды. Мы будем рассматривать электрические поля, которые создаются неподвижными электрическими зарядами и называются **электростатическими полями.**

В истории развития физики имела место борьба двух теорий: дальнодействия и близкодействия. По теории дальнодействия, электрические явления определяются мгновенным взаимодействием зарядов на любых расстояниях. Согласно теории близкодействия, все электрические явления определяются изменениями полей зарядов, причем эти изменения распространяются в пространстве от точки к точке с конечной скоростью. Эта теория и является современной теорией взаимодействия заряженных частиц.

Для обнаружения и опытного исследования электростатического поля используется пробный точечный положительный заряд — такой заряд, который не искажает исследуемое поле. Если в поле, создаваемое зарядом Q, поместить пробный заряд Q_0, то на него действует сила $\vec{F}$, различная в разных точках поля, которая, согласно закону Кулона (2.2), пропорциональна пробному заряду Q_0. Поэтому отношение $\vec{F}/Q_0$ не зависит от Q_0 и характеризует электростатическое поле в той точке, где пробный заряд находится. Эта величина называется напряженностью и является силовой характеристикой электростатического поля.

Напряженность электростатического поля в данной точке есть физическая величина, определяемая силой, действующей на пробный единичный положительный заряд, помещенный в эту точку поля:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{Q_0}. \qquad (3.1)$$

Как следует из формул (3.1) и (2.1), напряженность поля точечного заряда в вакууме

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2}\frac{\vec{r}}{r} \text{ или } E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2}. \qquad (3.2)$$

Направление вектора $\vec{E}$ совпадает с направлением силы, действующей на положительный заряд. Если поле создается положительным зарядом,

то вектор $\vec{E}$ направлен вдоль радиуса-вектора от заряда во внешнее пространство (отталкивание пробного положительного заряда); если поле создается отрицательным зарядом, то вектор $\vec{E}$ направлен к заряду (рис. 2).

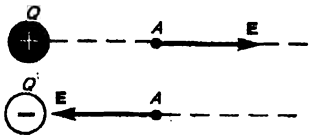


Рис. 2

Из формулы (3.1) следует, что единица напряженности электростатического поля — ньютон на кулон (Н/Кл): 1 Н/Кл — напряженность такого поля, которое на точечный заряд 1 Кл действует с силой в 1 Н; 1 Н/Кл.

3.2. Графическое изображение электростатического поля

Графически электростатическое поле изображают с помощью линий напряженности — линий, касательные к которым в каждой точке совпадают с направлением вектора $\vec{E}$ (рис. 3). Линиям напряженности приписывается направление, совпадающее с направлением вектора напряженности. Так как в каждой данной точке пространства вектор напряженности имеет лишь одно направление, то линии напряженности никогда не пересекаются. Для однородного поля (когда вектор напряженности в любой точке постоянен по величине и направлению) линии напряженности параллельны вектору напряженности. Если поле создается точечным зарядом, то линии напряженности — радиальные прямые, выходящие из заряда, если он положителен (рис. 4, а), и входящие в него, если заряд отрицателен (рис. 4, б). Вследствие большой наглядности графический способ представления электростатического поля широко применяется в электротехнике.

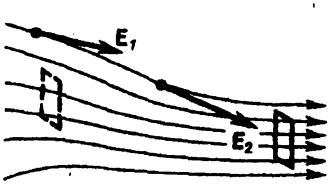


Рис. 3

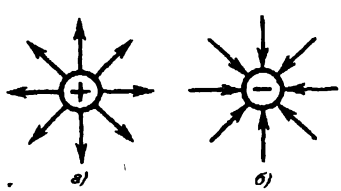


Рис. 4

Чтобы с помощью линий напряженности можно было характеризовать не только направление, но и значение напряженности электростатического поля, условились проводить их с определенной густотой (см. рис. 3). Число линий напряженности, пронизывающих единицу площади поверхности, перпендикулярную линиям напряженности, должно быть равно модулю вектора $\vec{E}$. Тогда число линий напряженности, пронизывающих элементарную площадку dS, нормаль к которой образует угол α с вектором $\vec{E}$, равно $EdS\cos\alpha =$ $= E_n dS$, где E_n — проекция вектора $\vec{E}$ на нормаль $\vec{n}$ к площадке dS (рис. 5). Величина $d\Phi_E = E_n dS = \vec{E}\, d\vec{S}$ называется потоком вектора напряженности через площадку dS. Здесь $dS = dSn$ — вектор, модуль которого равен dS, а направление совпадает с направлением нормали n к площадке. Выбор направления вектора $\vec{n}$ (а следовательно, и dS) условен, так как его можно направить в любую сторону. Единица потока вектора напряженности электростатического поля — 1 В•м.

Для произвольной замкнутой поверхности S поток вектора $\vec{E}$ сквозь эту поверхность

$$\Phi_E = \int_S E_n dS = \int_S \vec{E} d\vec{S}, \qquad (3.3)$$

где интеграл берется по замкнутой поверхности S. Поток вектора $\vec{E}$ является алгебраической величиной: зависит не только от конфигурации поля $\vec{E}$, но и от выбора направления $\vec{n}$. Для замкнутых поверхностей за положительное направление нормали принимается внешняя нормаль, т. е. нормаль, направленная наружу области, охватываемой поверхностью.

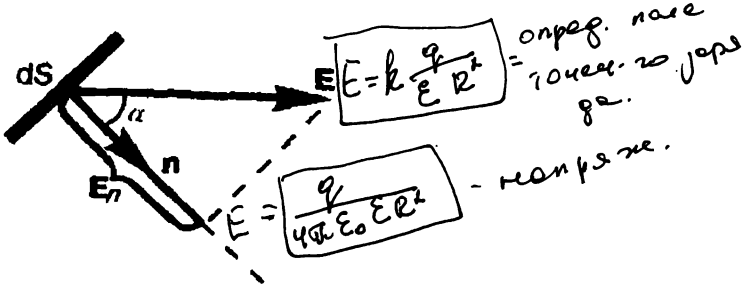


Рис. 5

3.3. Циркуляция вектора напряженности электростатического поля

Если в электростатическом поле точечного заряда Q из точки 1 в точку 2 вдоль произвольной траектории (рис. 6) перемещается другой точечный заряд Q_0, то сила, приложенная к заряду, совершает работу.

Работа силы $\vec{F}$ на элементарном перемещении $d\vec{l}$ равна $dA = \vec{F}d\vec{l} = Fdl\cos\alpha = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{QQ_0}{r^2}dl\cos\alpha$. Так как $dl\cos\alpha = dr$, то

$$dA = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{QQ_0}{r^2}dr.$$

Работа при перемещении заряда Q_0 из точки 1 в точку 2

$$A_{12} = \int_{r_1}^{r_2} dA = \frac{QQ_0}{4\pi\varepsilon_0}\int_{r_1}^{r_2}\frac{dr}{r^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{QQ_0}{r_1} - \frac{QQ_0}{r_2}\right) \qquad (3.4)$$

не зависит от траектории перемещения, а определяется только положениями начальной 1 и конечной 2 точек. Следовательно, электростатическое поле точечного заряда является потенциальным, а электростатические силы — консервативными.

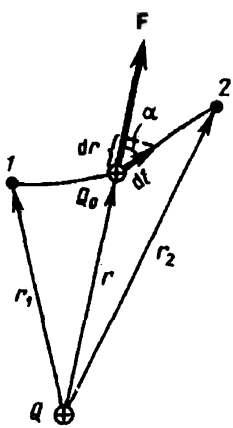


Рис. 6

Из формулы (3.4) следует, что работа, совершаемая при перемещении электрического заряда во внешнем электростатическом поле по любому замкнутому пути L, равна нулю, т. е.

$$\int_L dA = 0.$$

Если в качестве заряда, переносимого в электростатическом поле, взять единичный точечный положительный заряд, то элементарная работа сил поля на пути $d\vec{l}$ равна $\vec{E}d\vec{l} = E_l dl$, где $E_l = E\cos\alpha$ — проекция вектора $\vec{E}$ на направление элементарного перемещения. Тогда

$$\oint_L \vec{E}d\vec{l} = \int_L E_l dl = 0. \qquad (3.5)$$

Интеграл $\int_L \vec{E} d\vec{l} = \int_L E_l dl$ называется циркуляцией вектора напряженности. Следовательно, циркуляция вектора напряженности электростатического поля вдоль любого замкнутого контура равна нулю. Силовое поле, обладающее свойством (3.5), называется потенциальным. Из обращения в нуль циркуляции вектора $\vec{E}$ следует, что линии напряженности электростатического поля не могут быть замкнутыми, они начинаются и кончаются на зарядах или же уходят в бесконечность.

Формула (3.5) справедлива только для электростатического поля. В дальнейшем будет показано, что для поля движущихся зарядов условие формулы (3.5) не выполняется (для него циркуляция вектора напряженности отлична от нуля).

§4. Принцип суперпозиции электростатических полей

Рассмотрим метод определения модуля и направления вектора напряженности $\vec{E}$ в каждой точке электростатического поля, создаваемого системой неподвижных зарядов Q_1, Q_2, ..., Q_n.

Опыт показывает, что к кулоновским силам применим рассмотренный в механике принцип независимости действия сил, т.е. результирующая сила $\vec{F}$, действующая со стороны поля на пробный заряд Q_0, равна векторной сумме сил $\vec{F}_i$, приложенных к нему со стороны каждого из зарядов Q_i:

$$\vec{F} = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i . \qquad (4.1)$$

Согласно (3.1), $\vec{F} = Q_0 \vec{E}$ и $\vec{F}_i = Q_0 \vec{E}_i$, где $\vec{E}$ — напряженность результирующего поля, а $\vec{E}_i$ — напряженность поля, создаваемого зарядом Q_i. Подставляя последние выражения в уравнение (4.1), получаем

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^{n} \vec{E}_i . \qquad (4.2)$$

Формула (4.2) выражает **принцип суперпозиции** (наложения)

электростатических полей, согласно которому напряженность $\vec{E}$ результирующего поля, создаваемого системой зарядов, равна геометрической сумме напряженностей полей, создаваемых в данной точке каждым из зарядов в отдельности.

Принцип суперпозиции позволяет рассчитать электростатические поля любой системы неподвижных зарядов, поскольку если заряды не точечные, то их можно всегда свести к совокупности точечных зарядов.

Принцип суперпозиции применим для расчета электростатического поля электрического диполя. **Электрический диполь** — система двух равных по модулю разноименных точечных зарядов (+*Q*, – *Q*), расстояние l между которыми значительно меньше расстояния до рассматриваемых точек поля. Вектор, направленный по оси диполя (прямой, проходящей через оба заряда) от отрицательного заряда к положительному и численно равный расстоянию между ними, называется плечом диполя $\vec{l}$. Вектор

$$\vec{p} = |Q|\vec{l}, \qquad (4.3)$$

совпадающий по направлению с плечом диполя и равный произведению заряда $|Q|$ на плечо $\vec{l}$, называется электрическим моментом диполя или дипольным моментом (рис. 7).

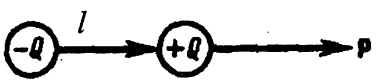


Рис. 7

Согласно принципу суперпозиции (4.2), напряженность $\vec{E}$ поля диполя в произвольной точке $\vec{E} = \vec{E}_+ + \vec{E}_-$, где $\vec{E}_+$ и $\vec{E}_-$ — напряженности полей, создаваемых положительным и отрицательным зарядами соответственно. Воспользовавшись этой формулой, рассчитаем напряженность поля в произвольной точке на продолжении оси диполя и на перпендикуляре к середине его оси:

1. Напряженность поля на продолжении оси диполя в точке *A* (рис. 8). Как видно из рисунка, напряженность поля диполя в точке *A* направлена по оси диполя и по модулю равна $E_A = E_+ + E_-$.

Обозначив расстояние от точки *A* до середины оси диполя через *r*,

на основании формулы (3.2) для вакуума можно записать

$$E_A = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{Q}{(r-l/2)^2} - \frac{Q}{(r+l/2)^2}\right] = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{(r+l/2)^2-(r-l/2)^2}{(r-l/2)^2(r+l/2)^2}.$$

Согласно определению диполя, $l/2 << r$, поэтому

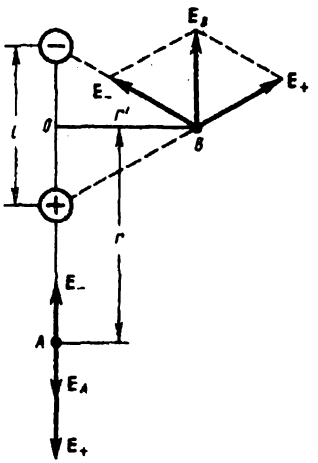


Рис. 8

$$E_A = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2Ql}{r^3} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2p}{r^3}.$$

2. Напряженность поля на перпендикуляре, восстановленном к осям из его середины, в точке B (рис. 8). Точка B равноудалена от зарядов, поэтому

$$E_+ = E_- = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{(r')^2 + l^2/4} \approx \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{(r')^2}, \quad (4.4)$$

где r' — расстояние от точки B до середины плеча диполя. Из подобия равнобедренных треугольников, опирающихся на плечо диполя и вектор $\vec{E}_B$, получим

$$\frac{E_B}{E_+} = \frac{1}{\sqrt{(r')^2 + (l/2)^2}} \approx \frac{l}{r'},$$

откуда

$$E_B = E_+ l/r'. \quad (4.5)$$

Подставив в выражение (4.5) значение (4.4), получим

$$E_B = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Ql}{(r')^3} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{p}{(r')^3}.$$

Вектор $\vec{E}_B$ имеет направление, противоположное вектору электрического момента диполя (вектор $\vec{p}$ направлен от отрицательного заряда к положительному).

§ 5. Теорема Гаусса

5.1. Теорема Гаусса для электростатического поля в вакууме

Вычисление напряженности поля системы электрических зарядов с помощью принципа суперпозиции электростатических полей можно значительно упростить, используя выведенную немецким ученым К. Гауссом (1777—1855) теорему, определяющую поток вектора напряженности электрического поля сквозь произвольную замкнутую поверхность.

В соответствии с формулой (3.3) поток вектора напряженности сквозь сферическую поверхность радиуса r, охватывающую точечный заряд Q, находящийся в ее центре (рис. 9), равен

$$\Phi_E = \int_S E_n dS = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} 4\pi r^2 = \frac{Q}{\varepsilon_0}.$$

Этот результат справедлив для замкнутой поверхности любой формы. Действительно, если окружить сферу (рис. 9) произвольной замкнутой поверхностью, то каждая линия напряженности, пронизывающая сферу, пройдет и сквозь эту поверхность.

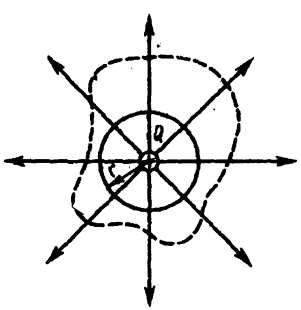


Рис. 9

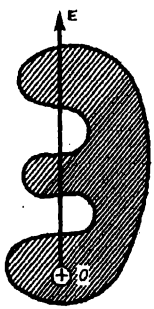


Рис. 10

Если замкнутая поверхность произвольной формы охватывает заряд (рис. 10), то при пересечении любой выбранной линии напряженности с поверхностью она то входит в нее, то выходит из нее. Нечетное число пересечений при вычислении потока в конечном счете сводится к одному пересечению, так как поток считается положительным, если линии напряженности выходят из поверхности, и отрицательным для линий, входящих в поверхность. Если замкнутая поверхность не охватывает заряда, то поток сквозь нее равен нулю, так как число линий

напряженности, входящих в поверхность, равно числу линий напряженности, выходящих из нее.

Таким образом, для поверхности любой формы, если она замкнута и заключает в себя точечный заряд Q, поток вектора $\vec{E}$ будет равен Q/ε_0, т. е.

$$\Phi_E = \int_S \vec{E} d\vec{S} = \int_S E_n dS = \frac{Q}{\varepsilon_0}. \qquad (5.1)$$

Знак потока совпадает со знаком заряда Q.

Рассмотрим общий случай произвольной поверхности, окружающей n зарядов. В соответствии с принципом суперпозиции (4.2) напряженность $\vec{E}$ поля, создаваемого всеми зарядами, равна сумме напряженностей $\vec{E}_i$ полей, создаваемых каждым зарядом в отдельности: $\vec{E} = \sum_i \vec{E}_i$. Поэтому

$$\Phi_E = \int_S \vec{E} d\vec{S} = \int_S (\sum_i \vec{E}_i) d\vec{S} = \sum_i \int_S \vec{E}_i d\vec{S}.$$

Согласно формуле (5.1), каждый из интегралов, стоящий под знаком суммы, равен Q_i/ε_0. Отсюда следует, **теорема Гаусса для электростатического поля в вакууме** – поток вектора напряженности электростатического поля в вакууме сквозь произвольную замкнутую поверхность равен алгебраической сумме заключенных внутри этой поверхности зарядов, деленной на ε_0:

$$\int_S \vec{E} d\vec{S} = \int_S E_n dS = \frac{1}{\varepsilon_0} \sum_{i=1}^{n} Q_i. \qquad (5.2)$$

Эта теорема выведена математически для векторного поля любой природы русским математиком М. В. Остроградским (1801—1862), а затем независимо от него применительно к электростатическому полю — К. Гауссом.

В общем случае электрические заряды могут быть "размазаны" с некоторой объемной плотностью $\rho = \frac{dQ}{dV}$, различной в разных местах

пространства. Тогда суммарный заряд, заключенный внутри замкнутой поверхности *S*, охватывающей некоторый объем *V*:

$$\sum_i Q_i = \int_V \rho dV . \qquad (5.3)$$

Используя формулу (5.3), теорему Гаусса (5.2) можно записать так:

$$\int_S \vec{E} d\vec{S} = \int_S E_n dS = \frac{1}{\varepsilon_0} \int_V \rho dV .$$

5.2. Применение теоремы Гаусса к расчету некоторых электростатических полей в вакууме

5.2.1. Поле равномерно заряженной бесконечной плоскости

Бесконечная плоскость (рис. 11) заряжена с постоянной поверхностной плотностью $+\sigma$ ($\sigma = dQ/dS$ — заряд, приходящийся на единицу поверхности). Линии напряженности перпендикулярны рассматриваемой плоскости и направлены от нее в обе стороны. В качестве замкнутой поверхности мысленно построим цилиндр, основания которого параллельны заряженной плоскости, а ось перпендикулярна ей. Так как образующие цилиндра параллельны линиям напряженности ($\cos\alpha = 0$), то поток вектора напряженности сквозь боковую поверхность цилиндра равен нулю, а полный поток сквозь цилиндр равен сумме потоков сквозь его основания (площади оснований равны и для основания E_n совпадает с E), т.е. равен $2ES$. Заряд, заключенный внутри построенной цилиндрической поверхности, равен σS. Согласно теореме Гаусса (5.2), $2ES = \sigma S/\varepsilon_0$, откуда

$$E = \sigma/(2\varepsilon_0). \qquad (5.4.)$$

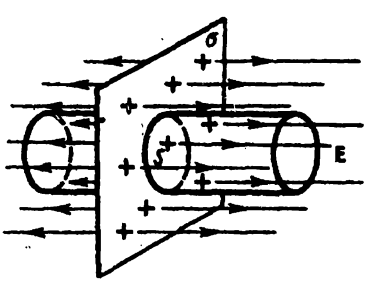


Рис. 11

Из формулы (5.4) вытекает, что E не зависит от длины цилиндра, т. е. напряженность поля на любых расстояниях одинакова по модулю, иными словами, поле равномерно заряженной плоскости однородно.

5.2.2. Поле двух бесконечных параллельных равномерно заряженных плоскостей

Пусть плоскости заряжены равномерно разноименными зарядами с поверхностными плотностями $+\sigma$ и $-\sigma$ (рис. 12). Поле таких плоскостей найдем как суперпозицию полей, создаваемых каждой из плоскостей в отдельности. На рисунке верхние стрелки соответствуют полю от положительно заряженной плоскости, нижние — от отрицательной плоскости. Слева и справа от плоскостей поля вычитаются (линии напряженности направлены навстречу друг другу), поэтому здесь напряженность поля $E = 0$. В области между плоскостями $E = E_+ + E_-$ [E_+ и E_- определяются по формуле (5.4)], поэтому результирующая напряженность

$$E = \sigma / \varepsilon_0 . \qquad (5.5)$$

Таким образом, результирующая напряженность поля в области между плоскостями описывается формулой (5.5), а вне объема, ограниченного плоскостями, равна нулю.

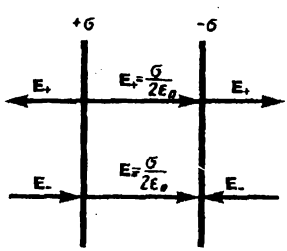


Рис. 12

5.2.3. Поле равномерно заряженной сферической поверхности

Сферическая поверхность радиуса R с общим зарядом Q заряжена равномерно с поверхностью плотностью $+\sigma$. Благодаря равномерному распределению заряда по поверхности поле, создаваемое им, обладает

сферической симметрией. Поэтому линии напряженности направлены радиально (рис. 13). Построим мысленно сферу радиуса r, имеющую общий центр с заряженной сферой. Если $r > R$, то внутрь поверхности попадает весь заряд Q, создающий рассматриваемое поле, и, по теореме Гаусса (5.2), $4\pi r^2 E = Q/\varepsilon_0$, откуда

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2} \quad \text{при } r \geq R. \tag{5.6}$$

При $r > R$ поле убывает с расстоянием r по такому же закону, как у точечного заряда. График зависимости E от r приведен на рис. 14. Если $r < R$ (на рисунке $r = r'$), то замкнутая поверхность не содержит внутри зарядов, поэтому внутри равномерно заряженной сферической поверхности электростатическое поле отсутствует ($E = 0$).

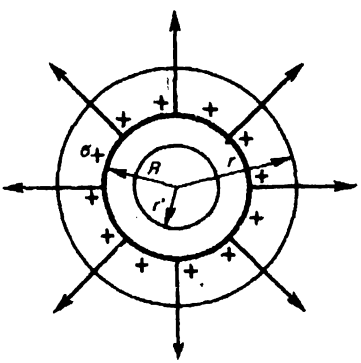


Рис. 13

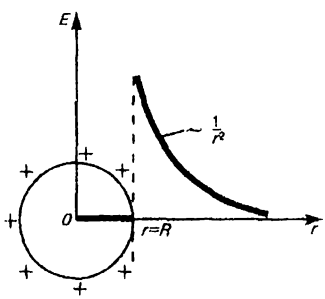


Рис. 14

5.2.4. Поле объемно заряженного шара

Шар радиуса R с общим зарядом Q заряжен равномерно с объемной плотностью ρ ($\rho = \frac{dQ}{dV}$ — заряд, приходящийся на единицу объема). Учитывая соображения симметрии (см. 5.2.3), можно показать, что для напряженности поля вне шара получится тот же результат, что и в предыдущем случае [см. формулу (5.6)]. Внутри же шара напряженность поля будет другая. Сфера радиуса $r' < R$ охватывает заряд

$Q' = \frac{4}{3}\pi r'^2 \rho$. Поэтому, согласно теореме Гаусса (5.2), $4\pi r'^2 E = Q'/\varepsilon_0 = \frac{4}{3}\pi r'^3 \frac{\rho}{\varepsilon_0}$. Учитывая, что $\rho = \frac{Q}{\frac{4}{3}\pi R^3}$, получаем

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{R^3} r' \quad \text{при } r' \le R. \tag{5.7}$$

Таким образом, напряженность поля вне равномерно заряженного шара описывается формулой (5.6), а внутри его изменяется линейно с расстоянием r' согласно выражению (5.7). График зависимости E от r для рассмотренного случая приведен на рис. 15.

5.2.5. Поле равномерно заряженного бесконечного цилиндра (нити)

Бесконечный цилиндр радиуса R (рис. 16) заряжен равномерно с линейной плотностью τ ($\tau = \frac{dQ}{dl}$ — заряд, приходящийся на единицу длины). Из соображений симметрии следует, что линии напряженности будут направлены по радиусам круговых сечений цилиндра с одинаковой густотой во все стороны относительно оси цилиндра. В качестве замкнутой поверхности мысленно построим коаксиальный заряженный цилиндр радиуса r и высотой l. Поток вектора $\vec{E}$ сквозь торцы коаксиального цилиндра равен нулю (торцы параллельны линиям напряженности), а сквозь боковую поверхность равен $2\pi r l E$. По теореме Гаусса (5.2), при $r > R$ $2\pi r l E = \tau l/\varepsilon_0$, откуда

$$E = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\frac{\tau}{r} \quad \text{при } r \ge R. \tag{5.8}$$

Если $r < R$, то замкнутая поверхность зарядов внутри не содержит, поэтому в этой области $E = 0$. Таким образом, напряженность поля вне равномерно заряженного бесконечного цилиндра определяется выражением (5.8), внутри же его поле отсутствует.

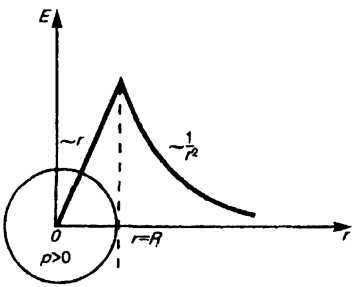


Рис. 15

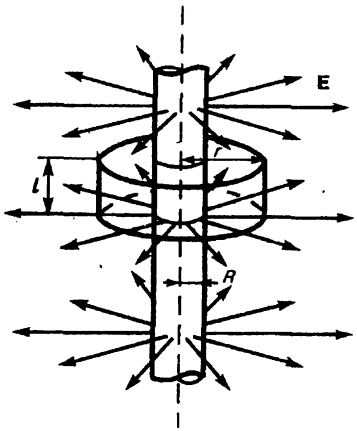


Рис. 16

§ 6. Потенциал электростатического поля

6.1. Энергетическая характеристика электростатического поля

Тело, находящееся в потенциальном поле сил (а электростатическое поле является потенциальным), обладает потенциальной энергией, за счет которой силами поля совершается работа. Работа консервативных сил совершается за счет убыли потенциальной энергии. Поэтому работу (3.4) сил электростатического поля можно представить как разность потенциальных энергий, которыми обладает точечный заряд Q_0 в начальной и конечной точках поля заряда Q.

$$A_{12} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{QQ_0}{r_1} - \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{QQ_0}{r_2} = U_1 - U_2, \qquad (6.1)$$

откуда следует, что потенциальная энергия заряда Q_0 в поле заряда Q равна

$$U = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{QQ_0}{r} + C.$$

Она определяется неоднозначно, а лишь с точностью до произвольной постоянной C. Если считать, что при удалении заряда в бесконечность ($r \to \infty$) потенциальная энергия обращается в нуль ($U = 0$), то $C = 0$ и

потенциальная энергия заряда Q, находящегося в поле заряда Q на расстоянии r от него, равна

$$U = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{QQ_0}{r}. \qquad (6.2)$$

Для одноименных зарядов $Q_0Q > 0$ потенциальная энергия их взаимодействия (отталкивания) положительна, для разноименных зарядов $Q_0Q < 0$ и потенциальная энергия их взаимодействия (притяжения) отрицательна.

Если поле создается системой n точечных зарядов Q_1, Q_2, ..., Q_n, то работа электростатических сил, совершаемая над зарядом Q_0, равна алгебраической сумме работ сил, обусловленных каждым из зарядов в отдельности. Поэтому потенциальная энергия U заряда Q_0, находящегося в этом поле, равна сумме потенциальных энергий U_i каждого из зарядов:

$$U = \sum_{i=1}^{n} U_i = Q_0 \sum_{i=1}^{n} \frac{Q_i}{4\pi\varepsilon_0 r_i}. \qquad (6.3)$$

Из формул (6.2) и (6.3) вытекает, что отношение U/Q_0 не зависит от Q_0 и является поэтому энергетической характеристикой электростатического поля, называемой потенциалом:

$$\varphi = \sum_{i=1}^{n} \varphi_i = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 r} \sum_{i=1}^{n} \frac{Q_i}{r_i}. \qquad (6.4)$$

Потенциал φ в какой-либо точке электростатического поля есть физическая величина, определяемая потенциальной энергией единичного положительного заряда, помещенного в эту точку.

Из формул (6.4) и (6.2) следует, что потенциал поля, создаваемого точечным зарядом Q, равен

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r}. \qquad (6.5)$$

Работа, совершаемая силами электростатического поля при перемещении заряда Q_0 из точки 1 в точку 2 [см. формулы (6.1), (6.4), (6.5)], может быть представлена как

$$A_{12} = U_1 - U_2 = Q_0(\varphi_1 - \varphi_2), \qquad (6.6)$$

т. е. равна произведению перемещаемого заряда на разность

потенциалов в начальной и конечной точках. Разность потенциалов двух точек 1 и 2 в электростатическом поле определяется работой, совершаемой силами поля, при перемещении единичного положительного заряда из точки 1 в точку 2.

Работа сил поля при перемещении заряда Q_0 из точки 1 в точку 2 может быть записана также в виде

$$A_{12} = \int_1^2 Q_0 \vec{E}\, d\vec{l}\,. \tag{6.7}$$

Приравняв формулы (6.6) и (6.7), придем к выражению для разности потенциалов

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_1^2 \vec{E}\, d\vec{l} = \int_1^2 E_l\, dl, \tag{6.8}$$

где интегрирование можно производить вдоль любой линии, соединяющей начальную и конечную точки, так как работа сил электростатического поля не зависит от траектории перемещения.

Если перемещать заряд Q_0 из произвольной точки за пределы поля, т. е. в бесконечность, где, по условию, потенциал равен нулю, то работа сил электростатического поля, согласно (6.6), $A_\infty = Q_0\varphi$, откуда

$$\varphi = A_\infty / Q_0\,. \tag{6.9}$$

Таким образом, потенциал — физическая величина, определяемая работой по перемещению единичного положительного заряда при удалении его из данной точки поля в бесконечность. Эта работа численно равна работе, совершаемой внешними силами (против сил электростатического поля) по перемещению единичного положительного заряда из бесконечности в данную точку поля.

Из выражения (6.4) следует, что единица потенциала — вольт (В): 1 В есть потенциал такой точки поля, в которой заряд в 1 Кл обладает потенциальной энергией 1 Дж (1 В = 1 Дж/Кл). Учитывая размерность вольта, можно показать, что введенная в § 3 единица напряженности электростатического поля равна 1 В/м: 1Н/Кл = 1 Н•м/(Кл•м) = = 1 Дж/(Кл•м)=1 В/м.

Из формул (6.3) и (6.4) вытекает, что если поле создается несколькими зарядами, то потенциал поля системы зарядов равен

алгебраической сумме потенциалов полей всех этих зарядов:

$$\varphi = \sum_{i=1}^{n} \varphi_i = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \sum_{i=1}^{n} \frac{Q_i}{r_i}.$$

6.2. Эквипотенциальные поверхности

Для графического изображения распределения потенциала электростатического поля пользуются **эквипотенциальными поверхностями** — поверхностями, во всех точках которых потенциал φ имеет одно и то же значение.

Если поле создается точечным зарядом, то его потенциал, согласно формуле (6.5), $\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Q}{r}$. Таким образом, эквипотенциальные поверхности в данном случае — концентрические сферы. С другой стороны, линии напряженности в случае точечного заряда — радиальные прямые. Следовательно, линии напряженности в случае точечного заряда перпендикулярны эквипотенциальным поверхностям.

Линии напряженности всегда нормальны к эквипотенциальным поверхностям. Действительно, все точки эквипотенциальной поверхности имеют одинаковый потенциал, поэтому работа по перемещению заряда вдоль этой поверхности равна нулю, т. е. электростатические силы, действующие на заряд, всегда направлены по нормалям к эквипотенциальным поверхностям. Следовательно, вектор $\vec{E}$ всегда нормален к эквипотенциальным поверхностям, а поэтому линии вектора $\vec{E}$ ортогональны этим поверхностям.

Эквипотенциальных поверхностей вокруг каждого заряда и каждой системы зарядов можно провести бесчисленное множество. Однако их обычно проводят так, чтобы разности потенциалов между любыми двумя соседними эквипотенциальными поверхностями были одинаковы. Тогда густота эквипотенциальных поверхностей наглядно характеризует напряженность поля в разных точках. Там, где эти поверхности расположены гуще, напряженность поля больше.

Итак, зная расположение линий напряженности электростатического поля, можно построить эквипотенциальные поверхности и, наоборот, по известному расположению эквипотенциальных поверхностей можно определить в каждой точке поля модуль и направление напряженности поля. На рис. 17 для примера показан вид линий напряженности

(штриховые линии) и эквипотенциальных поверхностей (сплошные линии) полей положительного точечного заряда (а) и заряженного металлического цилиндра, имеющего на одном конце выступ, а на другом — впадину (б).

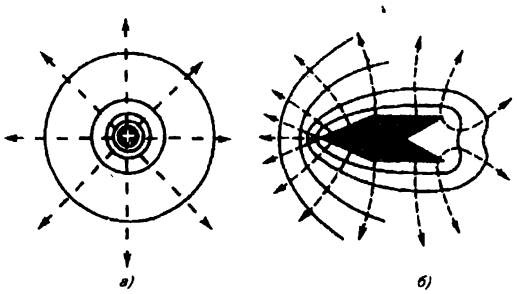


Рис. 17

§ 7. Связь между напряженностью и потенциалом электростатического поля

Найдем взаимосвязь между напряженностью электростатического поля, являющейся его силовой характеристикой, и потенциалом — энергетической характеристикой поля.

Работа по перемещению единичного точечного положительного заряда из одной точки поля в другую вдоль оси x при условии, что точки расположены бесконечно близко друг к другу и $x_2 - x_1 = dx$, равна $E_x dx$. Та же работа равна $\varphi_1 - \varphi_2 = -d\varphi$. Приравняв оба выражения, можем записать

$$E_x = -\frac{\partial \varphi}{\partial x}, \qquad (7.1)$$

где символ частной производной подчеркивает, что дифференцирование производится только по x. Повторив аналогичные рассуждения для осей y и z, можем найти вектор $\vec{E}$:

$$\vec{E} = -\left(\frac{\partial \varphi}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial \varphi}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial \varphi}{\partial z}\vec{k} \right), \qquad (7.2)$$

где $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$ — единичные векторы координатных осей x, y, z.

Знак минус определяется тем, что вектор напряженности $\vec{E}$ поля направлен в сторону убывания потенциала.

Установленная связь между напряженностью поля и потенциалом позволяет по известной напряженности поля найти разность потенциалов между двумя произвольными точками этого поля.

Поле равномерно заряженной бесконечной плоскости определяется формулой (5.4): $E = \sigma / 2\varepsilon_0$, где σ — поверхностная плотность заряда. Разность потенциалов между точками, лежащими на расстояниях x_1 и x_2 от плоскости, равна [используем формулу (7.1)]

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_{x_1}^{x_2} E dx = \int_{x_1}^{x_2} \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} dx = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}(x_1 - x_2).$$

Поле двух бесконечных параллельных равномерно заряженных плоскостей определяется формулой (5.5): $E = \sigma / \varepsilon_0$, где σ — поверхностная плотность заряда. Разность потенциалов между плоскостями, расстояние между которыми равно d [см. формулу (7.1)], равна

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_0^d E dx = \int_0^d \frac{\sigma}{\varepsilon_0} dx = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} d. \qquad (7.3)$$

Поле равномерно заряженной сферической поверхности радиуса R с общим зарядом Q вне сферы ($r > R$) вычисляется по формуле (5.5): $E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Q}{r^2}$. Разность потенциалов между двумя точками, лежащими на расстояниях r_1 и r_2 от центра сферы ($r_1 > R$, $r_2 > R$, $r_1 > r_2$), равна

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_{r_1}^{r_2} E dr = \int_{r_1}^{r_2} \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Q}{r^2} dr = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right). \qquad (7.4)$$

Если принять $r_1 = r$ и $r_2 = \infty$, то потенциал поля вне сферической поверхности, согласно формуле (7.4), задается выражением

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r}$$

[ср. с формулой (6.5)]. Внутри сферической поверхности потенциал всюду одинаков и равен

$$\varphi = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R}.$$

График зависимости φ от r приведен на рис. 18.

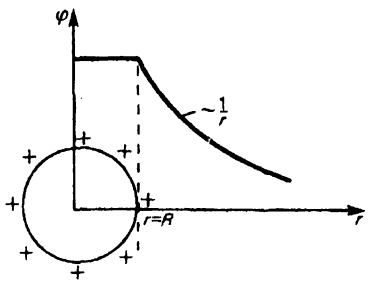


Рис. 18

Поле объемно заряженного шара радиуса R с общим зарядом Q вне шара ($r > R$) вычисляется по формуле (5.6), поэтому разность потенциалов между двумя точками, лежащими на расстояниях r_1 и r_2 от центра шара ($r_1 > R$, $r_2 > R$, $r_2 > r_1$), определяется формулой (7.3). В любой точке, лежащей внутри шара на расстоянии r' от его центра ($r' < R$), напряженность определяется выражением (5.7): $E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{R^3}r'$. Следовательно, разность потенциалов между двумя точками, лежащими на расстояниях r_1' и r_2' от центра шара ($r_1' < R$, $r_2' < R$, $r_2' > r_1'$), равна

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_{r_1'}^{r_2'} E dr = \frac{Q}{8\pi\varepsilon_0 R^3}\left(r_2'^2 - r_1'^2\right).$$

Поле равномерно заряженного бесконечного цилиндра радиуса R, заряженного с линейной плотностью τ, вне цилиндра ($r > R$) определяется формулой (5.8): $E = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\frac{\tau}{r}$. Следовательно, разность

потенциалов между двумя точками, лежащими на расстояниях r_1 и r_2 от оси заряженного цилиндра ($r_1 > R$, $r_2 > R$, $r_2 > r_1$), равна

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_{r_1}^{r_2} E dr = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0} \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r} = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0} \ln \frac{r_2}{r_1}. \qquad (7.5)$$

§ 8. Поляризация диэлектриков

8.1. Типы диэлектриков

Диэлектриками называются вещества, которые при обычных условиях практически не проводят электрический ток.

Согласно представлениям классической физики, в диэлектриках в отличие от проводников нет свободных носителей заряда – заряженных частиц, которые могли бы под действием электрического поля прийти в упорядоченное движение и образовать электрический ток проводимости. К диэлектрикам относятся все газы, если они не подвергаются ионизации, некоторые жидкости (дистиллированная вода, бензол, нефтяные, синтетические и растительные масла и др.) и твердые тела (стекло, фарфор, слюда, поливинилхлорид и др.). Удельное электрическое сопротивление диэлектриков $\rho \approx 10^6 \div 10^{15}$ Ом·м, тогда как у металлов $\rho \approx 10^{-8} \div 10^{-6}$ Ом·м.

Так как положительный заряд всех ядер молекулы равен суммарному заряду электронов, то молекула в целом электрически нейтральна. Если заменить положительные заряды ядер молекул суммарным зарядом $+Q$, находящимся в центре "тяжести" положительных зарядов, а заряд всех электронов — суммарным отрицательным зарядом $-Q$, находящимся в центре "тяжести" отрицательных зарядов, то молекулу можно рассматривать как электрический диполь с электрическим моментом, определяемым формулой (4.3). При внесении диэлектриков во внешнее электрическое поле в любом макроскопически малом его объеме ΔV возникает отличный от нуля результирующий электрический момент диэлектрика, или, иными словами, происходит поляризация диэлектрика. Поляризацией диэлектрика называется процесс ориентации диполей или появления под воздействием внешнего электрического поля ориентированных по полю диполей. Диэлектрик, находящийся в таком состоянии, называется поляризованным. В зависимости от строения молекул (атомов) диэлектрика различают три типа поляризации: электронную, ориентационную и ионную.

Первую группу диэлектриков (N_2, H_2, O_2, CO_2, CH_4, ...) составляют вещества, молекулы которых имеют симметричное строение, т. е. центры "тяжести" положительных и отрицательных зарядов в отсутствие внешнего электрического поля совпадают и, следовательно, дипольный момент молекулы $\vec{p}$ равен нулю. Молекулы таких диэлектриков называются неполярными. Под действием внешнего электрического поля заряды неполярных молекул смещаются в противоположные стороны (положительные – по полю, отрицательные – против поля) и молекула приобретает индуцированный дипольный момент за счет деформации электронных орбит. Тепловое движение молекул не влияет на электронную поляризацию.

Вторую группу диэлектриков (H_2O, KH_3, SO_2, CO,...) составляют вещества, молекулы которых имеют асимметричное стрроение, т. е. центры "тяжести" положительных и отрицательных зарядов не совпадают. Таким образом, эти молекулы в отсутствие внешнего электрического поля обладают дипольным моментом. Молекулы таких диэлектриков называются полярными. При отсутствии внешнего поля, однако, дипольные моменты полярных молекул вследствие теплового движения ориентированы в пространстве хаотично и их результирующий момент равен нулю. Если такой диэлектрик поместить во внешнее поле, то силы этого поля будут стремиться повернуть диполи вдоль поля, и возникает отличный от нуля результирующий момент. Естественно, что тепловое движение препятствует полной ориентации молекул, но в результате совместного действия обоих факторов (электрическое поле и тепловое движение) возникает преимущественная ориентация дипольных моментов молекул по полю. Эта ориентация тем сильнее, чем больше напряженность электрического поля и ниже температура.

Третью группу диэлектриков (NaCl, KCl, KBr, ...) составляют вещества, молекулы которых имеют ионное строение. Ионные кристаллы представляют собой пространственные решетки с правильным чередованием ионов разных знаков. В этих кристаллах нельзя выделить отдельные молекулы, а рассматривать их можно как систему двух вдвинутых одна в другую ионных подрешеток. При наложении на ионный кристалл электрического поля происходит некоторая деформация кристаллической решетки или относительное смещение подрешетки положительных ионов вдоль поля, а отрицательных — против поля, приводящее к возникновению дипольных моментов.

8.2. Поляризованность

Итак, при помещении любого диэлектрика во внешнее электрическое поле он поляризуется, т. е. приобретает отличный от нуля дипольный момент $\vec{p}_V = \sum_i \vec{p}_i$, где $\vec{p}_i$ — дипольный момент одной молекулы. Для количественного описания поляризации диэлектрика пользуются векторной величиной — **поляризованностью**, определяемой как дипольный момент единицы объема диэлектрика:

$$\vec{P} = \vec{p}_V / V = \frac{1}{V} \sum_i \vec{p}_i . \qquad (8.1)$$

Из опыта следует, что для большого класса диэлектриков поляризованность $\vec{P}$ линейно зависит от напряженности поля $\vec{E}$. Если диэлектрик изотропный и $\vec{E}$ не слишком велика, то

$$\vec{P} = \chi \varepsilon_0 \vec{E}, \qquad (8.2)$$

где χ — диэлектрическая восприимчивость вещества, характеризующая свойства диэлектрика; χ – величина безразмерная; притом всегда $\chi > 0$ и для большинства диэлектриков (твердых и жидких) составляет несколько единиц (хотя, например, для спирта $\chi \cong 25$, для воды $\chi \cong 80$).

Внесем в однородное внешнее электрическое поле $\vec{E}_0$ (создается двумя бесконечными параллельными разноименно заряженными плоскостями) пластинку из однородного диэлектрика, расположив ее так, как показано на рис. 19. Под действием поля диэлектрик поляризуется, т. е. происходит смещение зарядов: положительные смещаются по полю, отрицательные — против поля. В результате этого на правой грани диэлектрика, обращенного к отрицательной плоскости, будет избыток положительного заряда с поверхностной плотностью $+\sigma'$, на левой — отрицательного заряда с поверхностной плотностью $-\sigma'$. Эти нескомпенсированные заряды, появляющиеся в результате поляризации диэлектрика, называются связанными. Так как их

поверхностная плотность σ' меньше плотности σ свободных зарядов плоскостей, то не все поле $\vec{E}$ компенсируется полем зарядов диэлектрика: часть линий напряженности пройдет сквозь диэлектрик, другая же часть — обрывается на связанных зарядах. Следовательно, поляризация диэлектрика вызывает уменьшение в нем поля по сравнению с первоначальным внешним полем. Вне диэлектрика $\vec{E} = \vec{E}_0$.

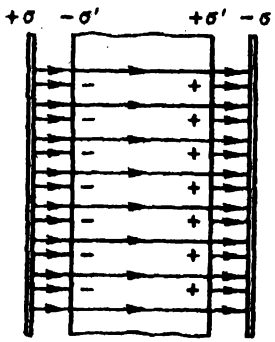


Рис. 19

Таким образом, появление связанных зарядов приводит к возникновению дополнительного электрического поля $\vec{E}'$ (поля, создаваемого связанными зарядами), которое направлено против внешнего поля $\vec{E}_0$ (поля, создаваемого свободными зарядами) и ослабляет его. Результирующее поле внутри диэлектрика $E = E_0 - E'$.

Поле $E' = \sigma'/\varepsilon_0$ [поле, созданное двумя бесконечными заряженными плоскостями; см. уравнение (6.2)], поэтому

$$E = E_0 - \sigma'/\varepsilon_0. \qquad (8.3)$$

Определим поверхностную плотность связанных зарядов σ'. По (8.1), полный дипольный момент пластинки диэлектрика $p_V = PV = PSd$, где S —площадь грани пластинки, d — ее толщина. С другой стороны, полный дипольный момент, согласно формуле (4.3), равен произведению связанного заряда каждой грани $Q' = \sigma' S$ на расстояние d между ними, т.е. $PSd = \sigma' Sd$. Таким образом, $PSd = \sigma' Sd$, или

$$\sigma' = P, \qquad (8.4)$$

т. е. поверхностная плотность связанных зарядов σ' равна поляризованности P. Подставив в формулу (8.3) выражения (8.4) и (8.2), получим $E = E_0 - \chi E$, откуда напряженность результирующего поля внутри диэлектрика равна

$$E = E_0/(1+\chi) = E_0/\varepsilon. \qquad (8.5)$$

Безразмерная величина

$$\varepsilon = 1 + \chi \qquad (8.6)$$

называется **диэлектрической проницаемостью среды**. Сравнивая выражения (8.5) и (8.6), видим, что ε показывает, во сколько раз поле ослабляется диэлектриком, и характеризует количественно свойство диэлектрика поляризоваться в электрическом поле.

В таблице 1 приведены для примера диэлектрические проницаемости ε некоторых веществ.

Таблица 1

Диэлектрические проницаемости веществ

Вещество	ε	Вещество	ε
Вакуум	1	Стекло	5-10
Воздух	1,000594	Спирт этиловый	27
Эбонит	2,7-2,9	Вода	81

§ 9. Электрическое смещение

Напряженность электростатического поля, согласно выражению (8.5), зависит от свойств среды: в однородной изотропной среде напряженность поля E обратно пропорциональна ε. Вектор напряженности $\vec{E}$, переходя через границу диэлектриков, претерпевает скачкообразное изменение, создавая тем самым неудобства при расчетах электростатических полей. Поэтому оказалось необходимым, помимо вектора напряженности, характеризовать поле еще вектором электрического смещения, который для электрически изотропной среды, по определению, равен

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon \vec{E}. \qquad (9.1)$$

Используя формулы (8.6) и (8.2), вектор электрического смещения можно выразить как

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}. \qquad (9.2)$$

Единица электрического смещения — кулон на метр в квадрате (Кл/м^2).

Рассмотрим, с чем можно связать вектор электрического смещения. Связанные заряды появляются в диэлектрике при наличии внешнего электростатического поля, создаваемого системой свободных электрических зарядов, т. е. в диэлектрике на электростатическое поле свободных зарядов накладывается дополнительное поле связанных зарядов. Результирующее поле в диэлектрике описывается вектором напряженности $\vec{E}$, и потому он зависит от свойств диэлектрика. Вектором $\vec{D}$ описывается электростатическое поле, создаваемое свободными зарядами. Связанные заряды, возникающие в диэлектрике, могут вызвать, однако, перераспределение свободных зарядов, создающих поле. Поэтому вектор $\vec{D}$ характеризует электростатическое поле, создаваемое свободными зарядами (т. е. в вакууме), но при таком их распределении в пространстве, какое имеется при наличии диэлектрика.

Аналогично, как и поле $\vec{E}$, поле $\vec{D}$ изображается с помощью линий электрического смещения, направление и густота которых определяются точно так же, как и для линий напряженности (см. § 3).

Линии вектора $\vec{E}$ могут начинаться и заканчиваться на любых зарядах — свободных и связанных, в то время как линии вектора $\vec{D}$ — только на свободных зарядах. Через области поля, где находятся связанные заряды, линии вектора $\vec{D}$ проходят, не прерываясь.

Для произвольной замкнутой поверхности *S* поток вектора $\vec{D}$ сквозь эту поверхность

$$\Phi_D = \int_S \vec{D} d\vec{S} = \int_S D_n dS,$$

где D_n — проекция вектора $\vec{D}$ на нормаль *n* к площадке *dS*.

Теорема Гаусса для электростатического поля в диэлектрике:

$$\int_S \vec{D} d\vec{S} = \int_S D_n dS = \sum_{i=1}^{n} Q_i, \qquad (9.3)$$

т. е. поток вектора смещения электростатического поля в диэлектрике сквозь произвольную замкнутую поверхность равен алгебраической сумме заключенных внутри этой поверхности свободных электрических зарядов. В такой форме теорема Гаусса справедлива для

электростатического поля как для однородной и изотропной, так и для неоднородной и анизотропной сред.

Для вакуума $D_n = \varepsilon_0 E_n$ ($\varepsilon = 1$), тогда поток вектора напряженности $\vec{E}$ сквозь произвольную замкнутую поверхность [ср. с (5.2)] равен

$$\int_S \varepsilon_0 E_n dS = \sum_{i=1}^{n} Q_i .$$

Так как источниками поля $\vec{E}$ в среде являются как свободные, так и связанные заряды, то теорему Гаусса (5.2) для поля $\vec{E}$ в самом общем вида можно записать как

$$\int_S \varepsilon_0 \vec{E} d\vec{S} = \int_S \varepsilon_0 E_n dS = \sum_{i=1}^{n} Q_i + \sum_{i=1}^{k} Q_{iCB} .$$

где $\sum_{i=1}^{n} Q_i$ и $\sum_{i=1}^{k} Q_{iCB}$ — соответственно алгебраические суммы свободных и связанных зарядов, охватываемых замкнутой поверхностью S. Однако эта формула неприемлема для описания поля $\vec{E}$ в диэлектрике, так как она выражает свойства неизвестного поля $\vec{E}$ через связанные заряды, которые, в свою очередь, определяются им же. Это еще раз доказывает целесообразность введения вектора электрического смещения.

Рассмотрим связь между векторами $\vec{E}$ и $\vec{D}$ на границе раздела двух однородных изотропных диэлектриков (диэлектрические проницаемости которых ε_1 и ε_2) при отсутствии на границе свободных зарядов. Построим вблизи границы раздела диэлектриков 1 и 2 небольшой замкнутый прямоугольный контур ABCDA длины l, ориентировав его так, как показано на рис. 20. Согласно теореме (3.6) о циркуляции вектора $\vec{E}$

$$\int_{ABCDA} \vec{E} d\vec{l} = 0 ,$$

откуда

$$E_{\tau 2} l - E_{\tau 1} l = 0 \qquad (9.4)$$

(знаки интегралов по AB и CD разные, так как пути интегрирования противоположны, а интегралы по участкам BC и DA ничтожно малы). Поэтому $E_{\tau 2} = E_{\tau 1}$.

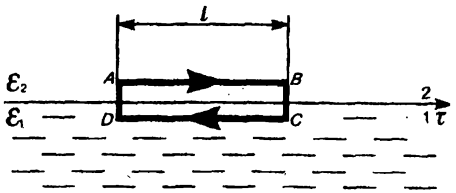


Рис. 20

Заменив, согласно уравнению (9.1), проекции вектора $\vec{E}$ проекциями вектора $\vec{D}$, деленными на $\varepsilon\,\varepsilon_0$ получим

$$\frac{D_{\tau 1}}{D_{\tau 2}} = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}. \qquad (9.5)$$

На границе раздела двух диэлектриков (рис. 21, а) построим прямой цилиндр ничтожно малой высоты, одно основание которого находится в первом диэлектрике, другое — во втором. Основания ΔS настолько малы, что в пределах каждого из них вектор $\vec{D}$ одинаков. Согласно теореме Гаусса (9.3), $D_{n2}\Delta S - D_{n1}\Delta S = 0$ (нормали *n* и *n'* к основаниям цилиндра направлены противоположно). Поэтому

$$D_{n2} = D_{n1}. \qquad (9.6)$$

Заменив, согласно выражению (9.1), проекции вектора $\vec{D}$ проекциями вектора $\vec{E}$, умноженными на $\varepsilon\,\varepsilon_0$, получим

$$\frac{E_{n1}}{E_{n2}} = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}. \qquad (9.7)$$

Таким образом, при переходе через границу раздела двух

диэлектрических сред тангенциальная составляющая вектора $\vec{E}\left(E_\tau\right)$ и нормальная составляющая вектора $\vec{D}\left(D_n\right)$ изменяются непрерывно (не претерпевают скачка), а нормальная составляющая вектора $\vec{E}$ (E_n) и тангенциальная составляющая вектора $\vec{D}\left(D_\tau\right)$ претерпевают скачок.

Из условий уравнений (9.4) — (9.7) для составляющих векторов $\vec{E}$ и $\vec{D}$ следует, что линии этих векторов испытывают излом (преломляются). Найдем связь между углами α_1 и α_2 (на рис. 21, б $\varepsilon_2 > \varepsilon_1$). Согласно выражениям (9.4) и (9.7), $E_{\tau 2} = E_{\tau 1}$ и $\varepsilon_2 E_{n2} = \varepsilon_1 E_{n1}$. Разложим векторы $\vec{E}_1$ и $\vec{E}_2$ у границы раздела на тангенциальные и нормальные составляющие. Из рис. 21, б следует, что $\dfrac{\mathrm{tg}\alpha_2}{\mathrm{tg}\alpha_1} = \dfrac{E_{\tau 2}/E_{n2}}{E_{\tau 1}/E_{n1}}$.

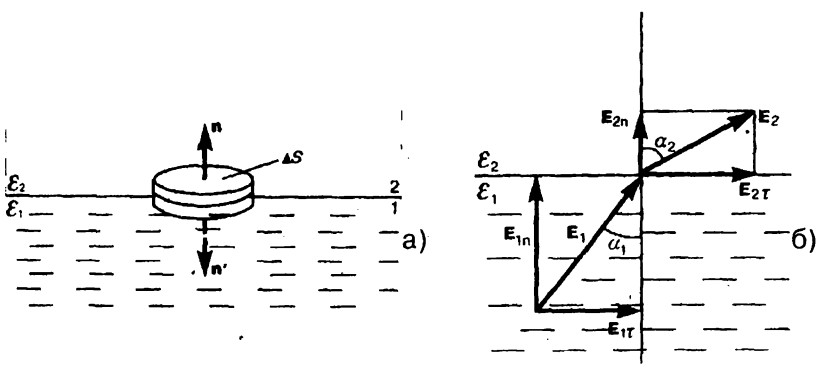


Рис. 21

Учитывая записанные выше условия, получим закон преломления линий напряженности $\vec{E}$ (а значит, и линий смещения $\vec{D}$)

$$\frac{\mathrm{tg}\alpha_2}{\mathrm{tg}\alpha_1} = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}.$$

Эта формула показывает, что, входя в диэлектрик с большей диэлектрической проницаемостью, линии $\vec{E}$ и $\vec{D}$ удаляются от нормали.

§ 10. Сегнетоэлектрики

Сегнетоэлектриками называется группа кристаллических диэлектриков, обладающих в определенном интервале температур самопроизвольной (спонтанной) поляризацией, которая сильно изменяется под влиянием внешних воздействий — электрического поля, деформации, изменения температуры.

Примерами сегнетоэлектриков могут служить сегнетова соль $NaKC_4H_4O_6 \cdot 4H_2O$ (от нее и получили свое название сегнетоэлектрики) и титанат бария $BaTiO_3$, детально изученные русскими физиками И. В. Курчатовым (1903—1960) и П. П. Кобеко (1897—1954). Сегнетоэлектрики иногда называют ферроэлектриками, так как их электрические свойства подобны магнитным свойствам ферромагнетиков.

В отсутствие внешнего электрического поля весь объем сегнетоэлектрика самопроизвольно разбит на небольшие области, которые поляризованы до насыщения и называются доменами. Возможные направления электрических моментов доменов определяются симметрией кристалла. Это схематически показано на примере титаната бария (рис. 22), где стрелки и знаки , $\oplus$ указывают направление вектора $\vec{P}$. Так как в смежных доменах эти направления различны, то в целом дипольный момент диэлектрика равен нулю. Поляризация сегнетоэлектрического образца во внешнем электрическом поле состоит, во-первых, в смещении границ доменов и росте размеров тех доменов, векторы электрических моментов которых близки по направлению к напряженности $\vec{E}$ поля, и, во-вторых, в повороте электрических моментов доменов по полю. В достаточно сильном поле достигается состояние насыщения, когда весь образец однородно поляризован по полю и его поляризованность $\vec{P}$ не изменяется при дальнейшем увеличении $\vec{E}$.

Для сегнетоэлектриков характерно явление диэлектрического гистерезиса (запаздывания), состоящее в различии значений поляризованности сегнетоэлектрического образца при одной и той же напряженности электрического поля в зависимости от значения предварительной поляризованности этого образца. Как видно из рис. 23, с увеличением напряженности E внешнего электрического поля

поляризованность P растет, достигая насыщения (кривая 1). Уменьшение P с уменьшением E происходит по кривой 2, и при $E = 0$ сегнетоэлектрик сохраняет остаточную поляризованность P_0, т. е. сегнетоэлектрик остается поляризованным в отсутствие внешнего электрического поля. Чтобы уничтожить остаточную поляризованность, надо приложить электрическое поле обратного направления ($-E_C$). Величина E_C называется коэрцитивной силой (от лат. coercitio — удерживание). Если далее E изменять, то P изменяется по кривой 3 петли гистерезиса.

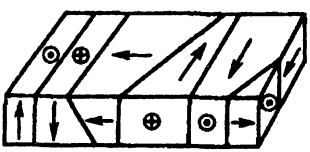


Рис. 22

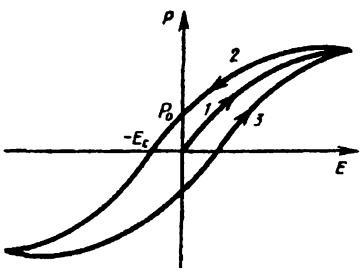


Рис. 23

Периодическое изменение поляризации сегнетоэлектрика связано с затратой энергии, которая в конечном счете идет на нагревание вещества. Площадь петли гистерезиса, показанной на рис. 23, пропорциональна количеству теплоты, выделяющейся в единице объема сегнетоэлектрика за один цикл изменения его поляризации.

Диэлектрическая восприимчивость χ и относительная диэлектрическая проницаемость ε сегнетоэлектрика зависят не только от химической природы вещества, а также от температуры, напряженности электрического поля и предварительной поляризации. Обычно рассматривают зависимость χ и $\varepsilon = 1 + \chi$ от напряженности поля для образца, не подвергавшегося предварительной поляризации, т. е. для образца, у которого при $E = 0$ поляризованность $P = 0$. Максимальные значения χ и ε, соответствующие этой зависимости, достигают у сегнетоэлектриков очень больших значений (порядка 10^3 и больше).

У каждого сегнетоэлектрика есть такая температура Tc, называемая точкой Кюри [температурой Кюри – в честь французского физика Пьера Кюри (1859—1906)], выше которой это вещество теряет свои особые электрические свойства и ведет себя как обычный полярный диэлектрик. Например, у титаната бария Tc=406 K (133 °C), а у ниобата лития $LiNbO_3$

Tc=1483 К (1210 °С). Сегнетова соль обладает сегнетоэлектрическими свойствами только в интервале температур между нижней точкой Кюри $Tc_{нижн}$= 255 К (–18°С) и верхней точкой Кюри $Tc_{верх}$ =297 К (24 °С). В точке Кюри происходит фазовое превращение вещества. Оно переходит из спонтанно поляризованной фазы в неполяризованную либо, наоборот, из неполяризованной в спонтанно поляризованную.

Интенсивному изучению сегнетоэлектриков послужило открытие академиком Б. М. Вулом (1903—1985) аномальных диэлектрических свойств титаната бария. Титанат бария из-за его химической устойчивости и высокой механической прочности, а также из-за сохранения сегнетоэлектрических свойств в широком температурном интервале нашел большое научно-техническое применение (например, в качестве генератора и приемника ультразвуковых волн). В настоящее время известно более сотни сегнетоэлектриков, не считая их твердых растворов. Сегнетоэлектрики широко применяются также в качестве материалов, обладающих большими значениями ε (например, в конденсаторах).

Следует упомянуть еще о пьезоэлектриках — кристаллических веществах, в которых при сжатии или растяжении в определенных направлениях возникает электрическая поляризация даже в отсутствие внешнего электрического поля (прямой пьезоэффект). Наблюдается и обратный пьезоэффект — появление механической деформации под действием электрического поля. У некоторых пьезоэлектриков решетка положительных ионов в состоянии термодинамического равновесия смещена относительно решетки отрицательных ионов, в результате чего они оказываются поляризованными даже без внешнего электрического поля. Такие кристаллы называются пироэлектриками. Еще существуют электрины—диэлектрики, длительно сохраняющие поляризованное состояние после снятия внешнего электрического поля (электрические аналоги постоянных магнитов). Эти группы веществ находят широкое применение в технике и бытовых устройствах.

§11. Проводники в электростатическом поле

Поместим проводник во внешнее электростатическое поле. На заряды проводника будет действовать электростатическое поле, в результате чего они начнут перемещаться. Перемещение зарядов (ток) продолжается до тех пор, пока не установится равновесное распределение зарядов, при котором электростатическое поле внутри проводника обращается в нуль. Это происходит в течение очень короткого времени. В самом деле, если бы поле не было равно нулю, то

в проводнике возникло бы упорядоченное движение зарядов без затраты энергии от внешнего источника, что противоречит закону сохранения энергии. Итак, напряженность поля во всех точках внутри проводника равна нулю: $\vec{E} = 0$.

Отсутствие поля внутри проводника означает, согласно формуле (7.2), что потенциал во всех точках внутри проводника постоянен (φ =const), т. е. поверхность проводника в электростатическом поле является эквипотенциальной (см. § 6). Отсюда же следует, что вектор напряженности поля на внешней поверхности проводника направлен по нормали к каждой точке его поверхности. Если бы это было не так, то под действием касательной составляющей $\vec{E}$ заряды начали бы по поверхности проводника перемещаться, что, в свою очередь, противоречило бы равновесному распределению зарядов.

Если проводнику сообщить некоторый заряд Q, то нескомпенсированные заряды располагаются только на поверхности проводника. Это следует непосредственно из теоремы Гаусса (9.3), согласно которой заряд Q, находящийся внутри проводника в некотором объеме, ограниченном произвольной замкнутой поверхностью, равен

$$Q = \int_S \vec{D} d\vec{S} = \int_S D_n dS = 0,$$

так как во всех точках внутри поверхности $D = 0$.

Найдем взаимосвязь между напряженностью E поля вблизи поверхности заряженного проводника и поверхностной плотностью σ зарядов на его поверхности. Для этого применим теорему Гаусса к бесконечно малому цилиндру с основаниями ΔS, пересекающему границу проводник — диэлектрик. Ось цилиндра ориентирована вдоль вектора $\vec{E}$ (рис. 24). Поток вектора электрического смещения через внутреннюю часть цилиндрической поверхности равен нулю, так как внутри проводника $\vec{E}_1$ (а следовательно, и $\vec{D}_1$) равен нулю, поэтому поток вектора $\vec{D}$ сквозь замкнутую цилиндрическую поверхность определяется только потоком сквозь наружное основание цилиндра. Согласно теореме Гаусса (9.3), этот поток ($D\Delta S$) равен сумме зарядов ($Q = \sigma \Delta S$), охватываемых поверхностью: $D\Delta S = \sigma \Delta S$, т.е.

$$D = \sigma \qquad (11.1)$$

или

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0 \varepsilon}, \qquad (11.2)$$

где ε — диэлектрическая проницаемость среды, окружающей проводник.

Таким образом, напряженность электростатического поля у поверхности проводника определяется поверхностной плотностью зарядов. Соотношение (11.2) задает напряженность электростатического поля вблизи поверхности проводника любой формы.

Если во внешнее электростатическое поле внести нейтральный проводник, то свободные заряды (электроны, ионы) будут перемещаться: положительные — по полю, отрицательные — против поля (рис. 25, а). На одном конце проводника будет скапливаться избыток положительного заряда, на другом — избыток отрицательного. Эти заряды называются индуцированными. Процесс будет происходить до тех пор, пока напряженность поля внутри проводника не станет равной нулю, а линии напряженности вне проводника — перпендикулярными его поверхности (рис. 25, б). Таким образом, нейтральный проводник, внесенный в электростатическое поле, разрывает часть линий напряженности; они заканчиваются на отрицательных индуцированных зарядах и вновь начинаются на положительных. Индуцированные заряды распределяются на внешней поверхности проводника. Явление перераспределения поверхностных зарядов на проводнике во внешнем электростатическом поле называется **электростатической индукцией**.

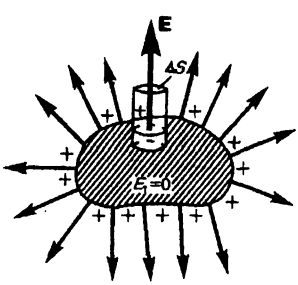


Рис. 24

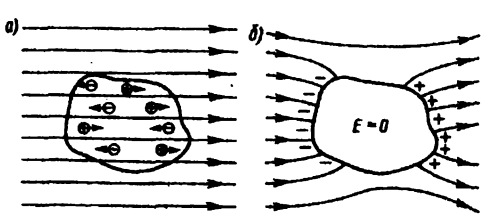


Рис. 25

Из рис. 25, б следует, что индуцированные заряды появляются на проводнике вследствие смещения их под действием поля, т. е. σ

является поверхностной плотностью смещенных зарядов. По формуле (11.1), электрическое смещение D вблизи проводника численно равно поверхностной плотности смещенных зарядов. Поэтому вектор $\vec{D}$ получил название вектора электрического смещения.

Так как в состоянии равновесия внутри проводника заряды отсутствуют, то создание внутри него полости не повлияет на конфигурацию расположения зарядов и тем самым на электростатическое поле. Следовательно, внутри полости поле будет отсутствовать. Если теперь этот проводник с полостью заземлить, то потенциал во всех точках полости будет нулевым, т. е. полость полностью изолирована от влияния внешних электростатических полей. На этом основана электростатическая защита — экранирование тел, например измерительных приборов, от влияния внешних электростатических полей. Вместо сплошного проводника для защиты может быть использована густая металлическая сетка, которая, кстати, является эффективной при наличии не только постоянных, но и переменных электрических полей.

Свойство зарядов располагаться на внешней поверхности проводника используется для устройства электростатических генераторов, предназначенных для накопления больших зарядов и достижения разности потенциалов в несколько миллионов вольт. Электростатический генератор, изобретенный американским физиком Р. Ван-де-Граафом (1901—1967), состоит из шарообразного полого проводника 1 (рис. 26), укрепленного на изолирующей колонне 2. Внутри колонны проходит замкнутая лента 3 из прорезиненной ткани, движущаяся на двух шкивах. Лента заряжается с помощью системы острий 4, соединенных с одним из полюсов источника напряжения, второй полюс которого заземлен. Против острий с обратной стороны ленты помещают заземленную пластину 5, которая увеличивает заряды, стекающие с острия 5 на ленту. Проходя мимо систем острий 6, соединенных с шаром 1, резиновая лента отдает им принесенные заряды, которые полностью переходят на внешнюю поверхность шара независимо от того, какое напряжение имеется между шаром и землей.

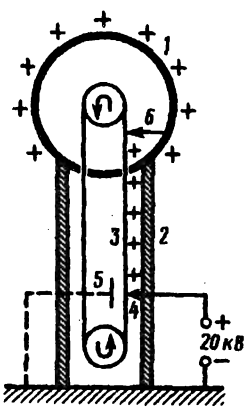


Рис. 26

Таким образом, сфере передается постепенно большой заряд и удается достичь разности потенциалов в 3-5 млн. вольт. Высота таких генераторов достигает 10-15 м, а диаметр шара – нескольких метров.

Электростатические генераторы применяются в высоковольтных ускорителях заряженных частиц, а также в слаботочной высоковольтной технике.

§ 12. Электрическая емкость уединенного проводника

Рассмотрим уединенный проводник, т. е. проводник, который удален от других проводников, тел и зарядов. Его потенциал, согласно формуле (6.5), прямо пропорционален заряду проводника. Из опыта следует, что разные проводники, будучи одинаково заряженными, имеют различные потенциалы. Поэтому для уединенного проводника можно записать $Q = C\varphi$. Величину

$$C = \frac{Q}{\varphi} \qquad (12.1)$$

называют электроемкостью (или просто емкостью) уединенного проводника. Емкость уединенного проводника определяется зарядом, сообщение которого проводнику изменяет его потенциал на единицу.

Емкость проводника зависит от его размеров и формы, но не зависит от материала, агрегатного состояния, формы и размеров полостей внутри проводника. Это связано с тем, что избыточные заряды распределяются на внешней поверхности проводника. Емкость не зависит также ни от заряда проводника, ни от его потенциала.

Единица электроемкости — фарад (Ф): 1 Ф — емкость такого уединенного проводника, потенциал которого изменяется на 1 В при сообщении ему заряда 1 Кл.

Согласно формуле (6.5), потенциал уединенного шара радиуса R, находящегося в однородной среде с диэлектрической проницаемостью ε, равен

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{\varepsilon R}.$$

Используя формулу (12.1), получим, что емкость шара

$$C = 4\pi\varepsilon_0\varepsilon R. \qquad (12.2)$$

Отсюда следует, что емкостью 1 Ф обладал бы уединенный шар, находящийся в вакууме и имеющий радиус $R = C/(4\pi\varepsilon_0) \approx 9\cdot10^6$ км, что

примерно в 1400 раз больше радиуса Земли (электроемкость Земли $C \cong 0{,}7$ мФ). Следовательно, фарад — очень большая величина, поэтому на практике используются дольные единицы — миллифарад (мФ), микрофарад (мкФ), нанофарад (нФ), пикофарад (пФ). Из формулы (12.2) вытекает также, что единица электрической постоянной ε_0 — фарад на метр (Ф/м) [см. формулу (2.3)].

§ 13. Конденсаторы

Как видно из § 12, для того чтобы проводник обладал большой емкостью, он должен иметь очень большие размеры. На практике, однако, необходимы устройства, обладающие способностью при малых размерах и небольших относительно окружающих тел потенциалах накапливать значительные по величине заряды, иными словами, обладать большой емкостью. Эти устройства получили название **конденсаторов**.

Если к заряженному проводнику приближать другие тела, то на них возникают индуцированные (на проводнике) или связанные (на диэлектрике) заряды, причем ближайшими к наводящему заряду Q будут заряды противоположного знака. Эти заряды, естественно, ослабляют поле, создаваемое зарядом Q, т. е. понижают потенциал проводника, что приводит [см. формулу (12.1)] к повышению его электроемкости.

Конденсатор состоит из двух проводников (обкладок), разделенных диэлектриком. На емкость конденсатора не должны оказывать влияния окружающие тела, поэтому проводникам придают такую форму, чтобы поле, создаваемое накапливаемыми зарядами, было сосредоточено в узком зазоре между обкладками конденсатора. Этому условию удовлетворяют (см. п. 5.2): 1) две плоские пластины; 2) два коаксиальных цилиндра; 3) две концентрические сферы. Поэтому в зависимости от формы обкладок конденсаторы делятся на плоские, цилиндрические и сферические.

Так как поле сосредоточено внутри конденсатора, то линии напряженности начинаются на одной обкладке и заканчиваются на другой, поэтому свободные заряды, возникающие на разных обкладках являются равными по модулю разноименными зарядами. Под емкостью конденсатора понимается физическая величина, равная отношению заряда Q, накопленного в конденсаторе, к разности потенциалов $(\varphi_1 - \varphi_2)$ между его обкладками:

$$C = Q / (\varphi_1 - \varphi_2). \qquad (13.1)$$

Рассчитаем емкость плоского конденсатора, состоящего из двух параллельных металлических пластин площадью S каждая, расположенных на расстоянии d друг от друга и имеющих заряды $+Q$ и $-Q$. Если расстояние между пластинами мало по сравнению с их линейными размерами, то краевыми эффектами можно пренебречь и поле между обкладками считать однородным. Его можно рассчитать используя формулы (7.3) и (13.1). При наличии диэлектрика между обкладками разность потенциалов между ними, согласно формуле (7.3)

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \sigma d \Big/ (\varepsilon_0 \varepsilon), \qquad (13.2)$$

где ε — диэлектрическая проницаемость. Тогда из формулы (13.1), заменяя $Q = \sigma S$, с учетом формулы (13.2) получим выражение для емкости плоского конденсатора:

$$C = \varepsilon_0 \varepsilon S \Big/ d. \qquad (13.3)$$

Для определения емкости цилиндрического конденсатора, состоящего из двух полых коаксиальных цилиндров с радиусами r_1 и r_2 ($r_2 > r_1$), вставленных один в другой, опять пренебрегая краевыми эффектами, считаем поле радиально-симметричным и сосредоточенным между цилиндрическими обкладками. Разность потенциалов между обкладками вычислим по формуле (7.4) для поля равномерно заряженного бесконечного цилиндра с линейной плотностью $\tau = Q/l$ (l — длина обкладок). При наличии диэлектрика между обкладками разность потенциалов

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon} \ln \frac{r_2}{r_1} = \frac{Q}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon l} \ln \frac{r_2}{r_1}. \qquad (13.4)$$

Подставив формулу (13.4) в формулу (13.1), получим выражение для емкости цилиндрического конденсатора:

$$C = 2\pi\varepsilon_0\varepsilon l \Big/ \ln(r_2 / r_1). \qquad (13.5)$$

Для определения емкости сферического конденсатора, состоящего из двух концентрических обкладок, разделенных сферическим слоем

диэлектрика, используем формулу (7.3) для разности потенциалов между двумя точками, лежащими на расстояниях r_1 и r_2 ($r_2 > r_1$) от центра заряженной сферической поверхности. При наличии диэлектрика между обкладками разность потенциалов

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right). \qquad (13.6)$$

Подставив формулу (13.6) в формулу (13.1), получим

$$C = 4\pi\varepsilon_0\varepsilon\frac{r_1 r_2}{r_2 - r_1}. \qquad (13.7)$$

Если $d = r_2 - r_1 << r_1$, то $r_2 \approx r_1 \approx r$ и $C = 4\pi\varepsilon_0\varepsilon\dfrac{r^2}{d}$. Так как $4\pi r^2$ — площадь сферической обкладки, то получаем формулу (13.3). Таким образом, при малой величине зазора по сравнению с радиусом сферы выражения для емкости сферического и плоского конденсаторов совпадают. Этот вывод справедлив и для цилиндрического конденсатора: при малом зазоре между цилиндрами по сравнению с их радиусами в формуле (13.5) $\ln(r_2/r_1)$ можно разложить в ряд, ограничиваясь только членом первого порядка. В результате опять приходим к формуле (13.3).

Из формул (13.3), (13.5) и (13.7) вытекает, что емкость конденсаторов любой формы прямо пропорциональна диэлектрической проницаемости диэлектрика, заполняющего пространство между обкладками. Поэтому применение в качестве прослойки сегнетоэлектриков значительно увеличивает емкость конденсаторов.

Конденсаторы характеризуются **пробивным напряжением** — разностью потенциалов между обкладками конденсатора, при которой происходит пробой — электрический разряд через слой диэлектрика в конденсаторе. Пробивное напряжение зависит от формы обкладок, свойств диэлектрика и его толщины.

Для увеличения емкости и варьирования ее возможных значений конденсаторы соединяют в батареи, при этом используется их параллельное и последовательное соединения.

1. *Параллельное соединение конденсаторов* (рис. 27). У параллельно соединенных конденсаторов разность потенциалов на обкладках конденсаторов одинакова и равна $\varphi_A - \varphi_B$. Если емкости отдельных конденсаторов C_1, C_2, ..., C_n, то, согласно формуле (13.1), их заряды равны

$$Q_1 = C_1 (\varphi_A - \varphi_B),$$

$$Q_2 = C_2 (\varphi_A - \varphi_B),$$

.....

$$Q_n = C_n (\varphi_A - \varphi_B),$$

а заряд батареи конденсаторов

$$Q = \sum_{i=1}^{n} Q_i = (C_1 + C_2 + ... + C_n)(\varphi_A - \varphi_B).$$

Полная емкость батареи

$$C = Q/(\varphi_A - \varphi_B) = (C_1 + C_2 + ... + C_n) = \sum_{i=1}^{n} C_i,$$

т. е. при параллельном соединении конденсаторов она равна сумме емкостей отдельных конденсаторов.

2. *Последовательное соединение конденсаторов* (рис. 28). У последовательно соединенных конденсаторов заряды всех обкладок равны по модулю, а разность потенциалов на зажимах батареи $\Delta\varphi = \sum_{i=1}^{n} \Delta\varphi_i$, где для любого из рассматриваемых конденсаторов $\Delta\varphi_i = Q/C_i$. С другой стороны, $\Delta\varphi = Q/C = Q\sum_{i=1}^{n}(1/C_i)$, откуда $1/C = Q\sum_{i=1}^{n}(1/C_i)$, т. е. при последовательном соединении конденсаторов суммируются величины, обратные емкостям. Таким образом, при последовательном соединении конденсаторов результирующая емкость C всегда меньше наименьшей емкости, используемой в батарее.

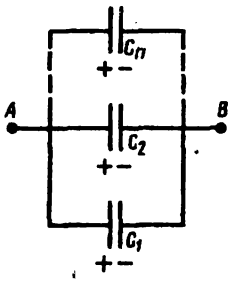


Рис. 27

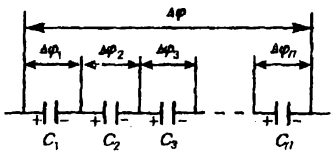


Рис. 28

§ 14. Энергия электростатического поля

14.1. Энергия системы неподвижных точечных зарядов

Электростатические силы взаимодействия консервативны (см. п.3.3); следовательно, система зарядов обладает потенциальной энергией. Найдем потенциальную энергию системы двух неподвижных точечных зарядов Q_1 и Q_2, находящихся на расстоянии r друг от друга. Каждый из этих зарядов в поле другого обладает потенциальной энергией [см. формулы (6.2) и (6.5)]:

$$W_1 = Q_1\varphi_{12}, \qquad W_2 = Q_2\varphi_{21},$$

где φ_{12} и φ_{21} — соответственно потенциалы, создаваемые зарядом Q_2 в точке нахождения заряда Q_1 и зарядом Q_1 в точке нахождения заряда Q_2. Согласно формуле (6.5)

$$\varphi_{12} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q_2}{r} \text{ и } \varphi_{21} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q_1}{r},$$

поэтому $W_1 = W_2 = W$ и

$$W = Q_1\varphi_{12} = Q_2\varphi_{21} = \frac{1}{2}\left(Q_1\varphi_{12} + Q_2\varphi_{21}\right).$$

Добавляя к системе из двух зарядов последовательно заряды Q_3,

Q_4, ..., можно убедиться в том, что в случае n неподвижных зарядов энергия взаимодействия системы точечных зарядов равна

$$W = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} Q_i \varphi_i , \qquad (14.1)$$

где φ_i — потенциал, создаваемый в той точке, где находится заряд Q_i, всеми зарядами, кроме i-го.

14.2. Энергия заряженного уединенного проводника

Пусть имеется уединенный проводник, заряд, емкость и потенциал которого равны Q, C, φ соответственно. Увеличим заряд этого проводника на dQ. Для этого необходимо перенести заряд dQ из бесконечности на уединенный проводник, затратив на это работу, равную

$$dA = \varphi dQ = C\varphi d\varphi .$$

Чтобы зарядить тело от нулевого потенциала до φ, необходимо совершить работу

$$A = \int_0^{\varphi} C\varphi d\varphi = C\varphi^2 / 2. \qquad (14.2)$$

Энергия заряженного проводника равна той работе, которую необходимо совершить, чтобы зарядить этот проводник:

$$W = C\varphi^2 / 2 = Q\varphi / 2 = Q^2 / (2C). \qquad (14.3)$$

Формулу (14.3) можно получить и из того, что потенциал проводника во всех его точках одинаков, так как поверхность проводника является эквипотенциальной. Полагая, что потенциал проводника равен φ, из (формулы 14.1) найдем

$$W = \frac{1}{2}\varphi \sum_{i=1}^{n} Q_i = Q\varphi / 2 ,$$

где $Q = \sum_{i=1}^{n} Q_i$ — заряд проводника.

14.3. Энергия заряженного конденсатора

Как всякий заряженный проводник, конденсатор обладает энергией, которая в соответствии с формулой (14.3) равна

$$W = C(\Delta\varphi)^2 / 2 = Q\Delta\varphi / 2 = Q^2 / 2C, \qquad (14.4)$$

где Q — заряд конденсатора; C — его емкость; $\Delta\varphi$ — разность потенциалов между обкладками конденсатора.

Используя выражение (14.4), можно найти механическую (пондеромоторную) силу, с которой пластины конденсатора притягивают друг друга. Для этого предположим, что расстояние x между пластинами меняется, например, на величину dx. Тогда действующая сила совершает работу $dA = Fdx$ вследствие уменьшения потенциальной энергии системы $Fdx = -dW$, откуда

$$F = -\frac{dW}{dx}. \qquad (14.5)$$

Подставив в выражение (14.4) выражение (13.3), получим

$$F = \frac{Q^2}{2C} = \frac{Q^2}{2\varepsilon_0 \varepsilon S} x. \qquad (14.6)$$

Производя дифференцирование при конкретном значении энергии [см. формулы (14.5) и (14.6)], найдем искомую силу:

$$F = -\frac{dW}{dx} = \frac{Q^2}{2\varepsilon_0 \varepsilon S},$$

где знак минус указывает, что сила F является силой притяжения.

14.4. Энергия электростатического поля

Преобразуем формулу (14.4), выражающую энергию плоского конденсатора посредством зарядов и потенциалов, воспользовавшись выражением для емкости плоского конденсатора ($C = \varepsilon_0 \varepsilon S / d$) и разности потенциалов между его обкладками ($\Delta\varphi = Ed$). Тогда

$$W = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon E^2}{2} Sd = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon E^2}{2} V, \qquad (14.7)$$

где $V = Sd$ — объем конденсатора. Формула (14.7) показывает, что энергия конденсатора выражается через величину, характеризующую электростатическое поле, — напряженность E.

Объемная плотность энергии электростатического поля (энергия единицы объема)

$$w = W / V = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon E^2}{2} = \frac{ED}{2}. \qquad (14.8)$$

Выражение (14.8) справедливо только для изотропного диэлектрика, для которого выполняется соотношение (8.2): $P = \chi \varepsilon_0 E$.

Формулы (14.4) и (14.7) связывают энергию конденсатора с зарядом на его обкладках и с напряженностью поля соответственно. Возникает, естественно, вопрос о локализации электростатической энергии и что является ее носителем — заряды или поле? Ответ на этот вопрос может дать только опыт. Электростатика изучает постоянные во времени поля неподвижных зарядов, т. е. в ней поля и обусловившие их заряды неотделимы друг от друга. Поэтому электростатика ответить на поставленные вопросы не может. Дальнейшее развитие теории и эксперимента показало, что переменные во времени электрические и магнитные поля могут существовать обособленно, независимо от возбудивших их зарядов, и распространяются в пространстве в виде электромагнитных волн, способных переносить энергию. Это убедительно подтверждает основное положение теории близкодействия о том, что энергия локализована в поле и что носителем энергии является поле.

Глава 2. Постоянный электрический ток

§ 15. Электрический ток и его характеристики

В **электродинамике** — разделе учения об электричестве, в котором рассматриваются явления и процессы, обусловленные движением электрических зарядов или макроскопических заряженных тел, — важнейшим понятием является понятие электрического тока. **Электрическим током** называется любое упорядоченное (направленное) движение электрических зарядов. В проводнике под действием приложенного электрического поля $\vec{E}$ свободные электрические заряды перемещаются: положительные — по полю, отрицательные — против поля (рис. 29, а), т. е. в проводнике возникает электрический ток, называемый током проводимости. Если же упорядоченное движение электрических зарядов осуществляется перемещением в пространстве заряженного макроскопического тела (рис. 29, б), то возникает так называемый конвекционный ток.

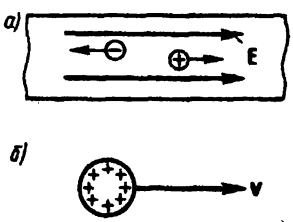


Рис. 29

Для возникновения и существования электрического тока необходимо, с одной стороны, наличие свободных носителей тока — заряженных частиц, способных перемещаться упорядоченно, а с другой — наличие электрического поля, энергия которого, каким-то образом восполняясь, расходовалась бы на их упорядоченное движение. За направление тока условно принимают направление движения положительных зарядов.

Количественной мерой электрического тока служит сила тока I — скалярная физическая величина, определяемая электрическим зарядом, проходящим через поперечное сечение проводника в единицу времени:

$$I = \frac{dQ}{dt}.$$

Если сила тока и его направление не изменяются со временем, то такой ток называется постоянным. Для постоянного тока

$$I = \frac{Q}{t},$$

где Q — электрический заряд, проходящий за время t через поперечное сечение проводника. Единица силы тока — ампер (А).

Физическая величина, определяемая силой тока, проходящего через единицу площади поперечного сечения проводника, перпендикулярного направлению тока, называется **плотностью тока**:

$$\vec{j} = \frac{d\vec{I}}{dS_{\perp}}.$$

Выразим силу и плотность тока через скорость $\langle v \rangle$ упорядоченного движения зарядов в проводнике. Если концентрация носителей тока равна n и каждый носитель имеет элементарный заряд e (что не обязательно для ионов), то за время dt через поперечное сечение S проводника переносится заряд $dQ = ne\langle \upsilon \rangle Sdt$. Сила тока

$$I = \frac{dQ}{dt} = ne\langle \upsilon \rangle S$$

сила тока в проводнике.

а плотность тока

$$\vec{j} = ne\langle \vec{\upsilon} \rangle. \qquad (15.1)$$

Плотность тока — вектор, ориентированный по направлению тока, т. е. направление вектора $\vec{j}$ совпадает с направлением упорядоченного движения положительных зарядов. Единица плотности тока — ампер на метр в квадрате (А/м^2).

Сила тока сквозь произвольную поверхность S определяется как поток вектора $\vec{j}$, т.е.

$$I = \int_S \vec{j} d\vec{S}, \qquad (15.2)$$

где $d\vec{S} = \vec{n}dS$ ($\vec{n}$ — единичный вектор нормали к площадке dS, составляющей с вектором $\vec{j}$ угол α).

§ 16. Сторонние силы. Электродвижущая сила и напряжение

Если в цепи на носители тока действуют только силы электростатического поля, то происходит перемещение носителей (они предполагаются положительными) от точек с большим потенциалом к точкам с меньшим потенциалом. Это приведет к выравниванию потенциалов во всех точках цепи и к исчезновению электрического поля. Поэтому для существования постоянного тока необходимо наличие в цепи устройства, способного создавать и поддерживать разность потенциалов за счет работы сил неэлектростатического происхождения. Такие устройства называются источниками тока. Силы неэлектростатического происхождения, действующие на заряды со стороны источников тока, называются **сторонними силами**.

Природа сторонних сил может быть различной. Например, в гальванических элементах они возникают за счет энергии химических реакций между электродами и электролитами; в генераторе — за счет механической энергии вращения ротора генератора и т.п. Роль источника тока в электрической цепи, образно говоря, такая же, как роль насоса, который необходим для перекачивания жидкости в гидравлической системе. Под действием создаваемого поля сторонних сил электрические заряды движутся внутри источника тока против сил электростатического поля, благодаря чему на концах цепи поддерживается разность потенциалов и в цепи течет постоянный электрический ток.

Сторонние силы совершают работу по перемещению электрических зарядов. Физическая величина, определяемая работой, совершаемой сторонними силами при перемещении единичного положительного заряда, называется **электродвижущей силой (ЭДС) действующей в цепи**:

$$\xi = A/Q_0 . \qquad (16.1)$$

Эта работа производится за счет энергии, затрачиваемой в источнике тока, поэтому величину ξ, можно также называть электродвижущей силой источника тока, включенного в цепь. Часто, вместо того чтобы сказать: "в цепи действуют сторонние силы", говорят: "в цепи действует ЭДС", т.е. термин "электродвижущая сила" употребляется как характеристика сторонних сил. ЭДС, как и потенциал, выражается в вольтах [ср. формулы (6.9) и (16.1)].

Сторонняя сила $\vec{F}_{ст}$, действующая на заряд Q_0, может быть выражена как

$$\vec{F}_{ст} = Q_0 \vec{E}_{ст},$$

где $\vec{F}_{ст}$ — напряженность поля сторонних сил. Работа же сторонних сил по перемещению заряда Q_0 на замкнутом участке цепи равна

$$A = \int \vec{F}_{ст} d\vec{l} = Q_0 \int \vec{E}_{ст} d\vec{l}. \qquad (16.2)$$

Разделив формулу (16.2) на Q_0, получим выражение для ЭДС, действующей в цепи формулу:

$$\xi_{12} = \int_1^2 \vec{E}_{ст} d\vec{l},$$

т. е. ЭДС, действующая в замкнутой цепи, может быть определена как циркуляция вектора напряженности поля сторонних сил. ЭДС, действующая на участке 1—2, равна

$$\xi_{12} = \int_1^2 \vec{E}_{CT} d\vec{l}. \qquad (16.3)$$

На заряд Q_0, помимо сторонних сил, действуют также силы электростатического поля $\vec{F}_e = Q_0 \vec{E}$. Таким образом, результирующая сила, действующая в цепи на заряд Q_0, равна

$$\vec{F} = \vec{F}_{ст} + \vec{F}_e = Q_0 \left(\vec{E}_{ст} + \vec{E} \right).$$

Работа, совершаемая результирующей силой над.зарядом Q_0 на участке 1—2, равна

$$A_{12} = Q_0 \int_1^2 \vec{E}_{ст} d\vec{l} + Q_0 \int_1^2 \vec{E} d\vec{l},$$

Используя выражения (16.3) и (7 .8), можем записать

$$A_{12} = Q_0\xi_{12} + Q_0(\varphi_1 - \varphi_2). \qquad (16.4)$$

Для замкнутой цепи работа электростатических сил равна нулю (см. п. 3.3), поэтому в данном случае $A_{12} = Q_0\xi_{12}$.

Напряжением U на участке 1—2 называется физическая величина, определяемая работой, совершаемой суммарным полем электростатических (кулоновских) и сторонних сил при перемещении единичного положительного заряда на данном участке цепи. Таким образом, согласно формуле (16.4),

$$U_{12} = \varphi_1 - \varphi_2 + \xi_{12}.$$

Понятие напряжения является обобщением понятия разности потенциалов: напряжение на концах участка цепи равно разности потенциалов в том случае, если на этом участке не действует ЭДС, т.е. сторонние силы отсутствуют.

§ 17. Закон Ома. Сопротивление проводников

Немецкий физик Г. Ом (1787—1854) экспериментально установил, что сила тока I, текущего по однородному металлическому проводнику (т.е. проводнику, в котором не действуют сторонние силы), пропорциональна напряжению U на концах проводника:

$$I = U/R, \qquad (17.1)$$

где R — электрическое сопротивление проводника. Уравнение (17.1) выражает закон Ома для участка цепи (не содержащего источника тока): сила тока в проводнике прямо пропорциональна приложенному напряжению и обратно пропорциональна сопротивлению проводника. Формула (17.1) позволяет установить единицу сопротивления — ом (Ом): 1 Ом — сопротивление такого проводника, в котором при напряжении 1 В течет постоянный ток 1 А.

Величина $G = 1/R$ называется электрической проводимостью проводника. Единица проводимости — сименс (См): 1 См —

проводимость участка электрической цепи сопротивлением 1 Ом.

Сопротивление проводников зависит от его размеров и формы, а также от материала, из которого проводник изготовлен. Для однородного линейного проводника сопротивление R прямо пропорционально его длине l и обратно пропорционально площади его поперечного сечения S.

$$R = \rho \frac{l}{S}, \qquad (17.2)$$

где ρ — коэффициент пропорциональности, характеризующий материал проводника и называемый удельным электрическим сопротивлением. Единица удельного электрического сопротивления — ом•метр (Ом • м). Наименьшим удельным сопротивлением обладают серебро ($1{,}6 \cdot 10^{-8}$ Ом•м) и медь ($1{,}7\ 10^{-8}$ Ом•м). На практике наряду с медными применяются алюминиевые провода. Хотя алюминий и имеет большее, чем медь, удельное сопротивление ($2{,}6 \cdot 10^{-8}$ Ом м), но зато обладает меньшей плотностью по сравнению с медью.

Закон Ома можно представить в дифференциальной форме. Подставив выражение для сопротивления (17.2) в закон Ома (17.1), получим

$$\frac{I}{S} = \frac{1}{\rho}\frac{U}{l}, \qquad (17.3)$$

где величина, обратная удельному сопротивлению, $\gamma = \frac{1}{\rho}$ называется удельной электрической проводимостью вещества проводника. Ее единица — сименс на метр (См/м). Учитывая, что $U/l = E$ — напряженность электрического поля в проводнике, $I/S = j$ — плотность тока, формулу (17.3) можно записать в виде

$$j = \gamma E. \qquad (17.4)$$

Так как в изотропном проводнике носители тока в каждой точке движутся в направлении вектора $\vec{E}$, то направления $\vec{j}$ и $\vec{E}$ совпадают. Поэтому формулу (17.4) можно записать в виде

$$\vec{j} = \gamma \vec{E}. \qquad (17.5)$$

Выражение (17.5) — закон Ома в дифференциальной форме, связывающий плотность тока в любой точке внутри проводника с напряженностью электрического поля в этой же точке. Это соотношение справедливо и для переменных полей.

Опыт показывает, что в первом приближении изменение удельного сопротивления, а значит, и сопротивления, в зависимости от изменения температуры описывается линейным законом

$$\rho = \rho_0(1+\alpha t), \; R = R_0(1+\alpha t),$$

где ρ и ρ_0, R и R_0 — соответственно удельные сопротивления и сопротивления проводника при t и 0°С, α — температурный коэффициент сопротивления, для чистых металлов (при не очень низких температурах) близкий к 1/273 K^{-1}. Следовательно, температурная зависимость сопротивления может быть представлена в виде $R = \alpha R_0 T$, где T — термодинамическая температура.

На зависимости электрического сопротивления металлов от температуры основано действие термометров сопротивления, которые позволяют по градуированной взаимосвязи сопротивления и температуры измерять температуру с точностью до 0,003 К. Термометры сопротивления, в которых в качестве рабочего вещества используются полупроводники, изготовленные по специальной технологии, называются термисторами. Они позволяют измерять температуры с точностью до миллионных долей кельвина.

Качественный ход температурной зависимости сопротивления металла представлен на рис. 30 (кривая 1).

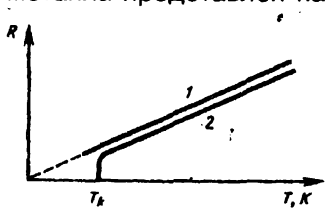


Рис. 30

В 1911 г. Г. Камерлинг-Оннес обнаружил, что данная зависимость не подтверждается в опытах со ртутью (кривая 2). Он пришел к выводу, что ртуть при T = 4,15 К переходит в новое состояние, которое было названо сверхпроводящим. **Сверхпроводимость** – явление, наблюдаемое у некоторых веществ (сверхпроводников), состоящее в скачкообразном обращении в нуль электрического сопротивления постоянному току при охлаждении образца ниже определенной критической температуры T_K (табл. 2).

Таблица 2

Температуры перехода в сверхпроводящее состояние некоторых веществ

Вещество	Температура перехода в сверхпроводящее состояние, К
Титан	0,4
Уран	0,8
Цинк	0,9
Алюминий	1,2
Олово	3,8
Ртуть	4,1
Свинец	7,2
Нитрат ниобия	15,2

Явление сверхпроводимости объясняется на основе квантовой теории. Практическое использование сверхпроводящих материалов (в обмотках сверхпроводящих магнитов, в системах памяти ЭВМ и др.) затруднено из-за их низких критических температур. В настоящее время обнаружены и активно исследуются керамические материалы, обладающие сверхпроводимостью при температуре выше 100 К.

§ 18. Работа и мощность тока. Закон Джоуля — Ленца

Рассмотрим однородный проводник, к концам которого приложено напряжение U. За время dt через сечение проводника переносится заряд $dq = Idt$. Так как ток представляет собой перемещение заряда dq под действием электрического поля, то, по формуле (6.6), работа тока

$$dA = Udq = IUdt. \qquad (18.1)$$

Если сопротивление проводника R, то, используя закон Ома (17.1), получим

$$dA = I^2Rdt = \frac{U^2}{R}dt. \qquad (18.2)$$

Из формул (18.1) и (18.2) следует, что мощность тока

$$P = \frac{dA}{dt} = UI = I^2R = U^2/R. \qquad (18.3)$$

Если сила тока выражается в амперах, напряжение — в вольтах, сопротивление — в омах, то работа тока выражается в джоулях, а мощность — в ваттах. На практике применяются также внесистемные единицы работы тока: ватт-час (Вт·ч) и киловатт-час (кВт·ч). 1 Вт·ч — работа тока мощностью 1 Вт в течение 1 ч; 1 Вт·ч=3600 Вт·с= =3,6·10³ Дж; 1 кВт·ч=10³ Вт·ч=3,6·10⁶ Дж.

Если ток проходит по неподвижному металлическому проводнику, то вся работа тока идет на его нагревание и, по закону сохранения энергии

$$dQ = dA. \qquad (18.4)$$

Таким образом, используя выражения (18.4), (18.1) и (18.2), получим

$$dQ = IUdt = I^2Rdt = \frac{U^2}{R}dt. \qquad (18.5)$$

Выражение (18.5) представляет собой закон Джоуля — Ленца, экспериментально установленный независимо друг от друга Дж. Джоулем и Э. Х. Ленцем [Э. Х. Ленц (1804—1865) — русский физик].

Выделим в проводнике элементарный цилиндрический объем $dV = dSdl$ (ось цилиндра совпадает с направлением тока), сопротивление которого $R = \rho\frac{dl}{dS}$. По закону Джоуля — Ленца, за время dt в этом объеме выделится теплота

$$dQ = I^2Rdt = \frac{\rho dl}{dS}(jdS)^2dt = \rho j^2 dVdt.$$

Количество теплоты, выделяющееся за единицу времени в единице объема, называется **удельной тепловой мощностью тока**. Она равна

$$w = \rho j^2. \qquad (18.6)$$

Используя дифференциальную форму закона Ома ($j = \gamma E$) и соотношение

$\rho = 1/\gamma$, получим

$$w = jE = \gamma E^2. \qquad (18.7)$$

Формулы (18.6) и (18.7) являются обобщенным выражением закона Джоуля — Ленца в дифференциальной форме, пригодным для любого проводника.

Тепловое действие тока находит широкое применение в технике, которое началось с открытия в 1873 г. русским инженером А.Н. Лодыгиным (1847—1923) лампы накаливания. На нагревании проводников электрическим током основано действие электрических муфельных печей, электрической дуги [открыта русским инженером В. В. Петровым (1761—1834)], контактной электросварки, бытовых электронагревательных приборов и т. д.

§ 19. Закон Ома для неоднородного участка цепи

Мы рассматривали закон Ома [см. формулу (17.1)] для однородного участка цепи, т. е. такого, в котором не действует ЭДС (не действуют сторонние силы). Теперь рассмотрим неоднородный участок цепи, где действующую ЭДС на участке 1—2 обозначим через ξ_{12}, а приложенную на концах участка разность потенциалов — через $\varphi_1 - \varphi_2$.

Если ток проходит по неподвижным проводникам, образующим участок 1—2, то работа A_{12} всех сил (сторонних и электростатических), совершаемая над носителями тока, по закону сохранения и превращения энергии равна теплоте, выделяющейся на участке. Работа сил, совершаемая при перемещении заряда Q_0 на участке 1—2, согласно формуле (16.4)

$$A_{12} = Q_0 \xi_{12} + Q_0 (\varphi_1 - \varphi_2). \qquad (19.1)$$

ЭДС ξ_{12}, как и сила тока I, — величина скалярная. Ее необходимо брать либо с положительным, либо с отрицательным знаком в зависимости от знака работы, совершаемой сторонними силами. Если ЭДС способствует движению положительных зарядов в выбранном направлении (в направлении 1—2), то $\xi_{12} > 0$. Если ЭДС препятствует движению положительных зарядов в данном направлении, то $\xi_{12} < 0$.

За время t в проводнике выделяется теплота [см. (18.5)]

$$Q = I^2 Rt = IR(It) = IRQ_0 . \qquad (19.2)$$

Из формул (19.1) и (19.2) получим

$$IR = (\varphi_1 - \varphi_2) + \xi_{12}, \qquad (19.3)$$

откуда

$$I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2 + \xi_{12}}{R} . \qquad (19.4)$$

Выражение (19.3) или (19.4) представляет собой закон Ома для неоднородного участка цепи в интегральной форме, который является **обобщенным законом Ома**.

Если на данном участке цепи источник тока отсутствует (ξ_{12} =0), то из выражения (19.4) приходим к закону Ома для однородного участка цепи (17.1):

$$I = (\varphi_1 - \varphi_2)/R = U/R$$

[при отсутствии сторонних сил напряжение на концах участка равно разности потенциалов (см. § 16)]. Если же электрическая цепь замкнута, то выбранные точки 1 и 2 совпадают, $\varphi_1 = \varphi_2$; тогда из выражения (19.4) получаем закон Ома для замкнутой цепи:

$$I = \xi / R,$$

где ξ — ЭДС, действующая в цепи, R — суммарное сопротивление всей цепи. В общем случае $R = r + R_1$, где r — внутреннее сопротивление источника тока, R_1 — сопротивление внешней цепи. Поэтому закон Ома для замкнутой цепи будет иметь вид:

$$I = \xi / (r + R_1).$$

Если цепь разомкнута и, следовательно, в ней ток отсутствует (I = 0), то из закона Ома (19.4) получим, что $\xi_{12} = \varphi_2 - \varphi_1$, т. е. ЭДС, действующая в разомкнутой цепи, равна разности потенциалов на ее концах. Следовательно, для того чтобы найти ЭДС источника тока, надо измерить разность потенциалов на его клеммах при разомкнутой цепи.

§ 20. Правила Кирхгофа для разветвленных цепей

Обобщенный закон Ома [см. (19.3)] позволяет рассчитать практически любую сложную цепь. Однако непосредственный расчет разветвленных цепей, содержащих несколько замкнутых контуров (контуры могут иметь общие участки, каждый из контуров может иметь несколько источников тока и т. д.), довольно сложен. Эта задача решается более просто с помощью двух правил Кирхгофа [Г. Кирхгоф (1824—1887) — немецкий физик].

Любая точка разветвления цепи, в которой сходится не менее трех проводников с током, называется узлом. При этом ток, входящий в узел, считается положительным, а ток, выходящий из узла, — отрицательным.

Первое правило Кирхгофа: алгебраическая сумма токов, сходящихся в узле, равна нулю:

$$\sum_k I_k = 0.$$

Например, для рис. 31 первое правило Кирхгофа запишется так:

$$I_1 - I_2 + I_3 - I_4 - I_5 = 0.$$

Первое правило Кирхгофа вытекает из закона сохранения электрического заряда. Действительно, в случае установившегося постоянного тока ни в одной точке проводника и ни на одном его участке не должны накапливаться электрические заряды. В противном случае токи не могли бы оставаться постоянными.

Второе правило Кирхгофа получается из обобщенного закона Ома для разветвленных цепей. Рассмотрим контур, состоящий из трех участков (рис. 32). Направление обхода по часовой стрелке примем за положительное, отметив, что выбор этого направления совершенно произволен. Все токи, совпадающие по направлению с направлением обхода контура, считаются положительными, не совпадающие с направлением обхода — отрицательными. Источники тока считаются положительными, если они создают ток, направленный в сторону обхода контура. Применяя к участкам закон Ома выражение (19.3), можно записать следующим образом:

$$\begin{cases} I_1 R_1 = \varphi_A - \varphi_B + \xi_1, \\ -I_2 R_2 = \varphi_B - \varphi_C - \xi_2, \\ I_3 R_3 = \varphi_C - \varphi_A + \xi_3 \end{cases}$$

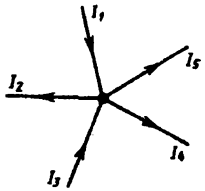


Рис. 31

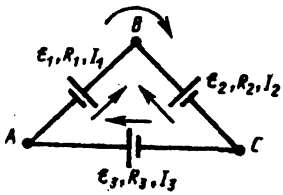


Рис. 32

Складывая почленно эти уравнения, получим

$$I_1R_1 - I_2R_2 + I_3R_3 = \xi_1 - \xi_2 + \xi_3. \qquad (20.1)$$

Уравнение (20.1) выражает **второе правило Кирхгофа**: в любом замкнутом контуре, произвольно выбранном в разветвленной электрической цепи, алгебраическая сумма произведений сил токов I_i на сопротивления R_i соответствующих участков этого контура равна алгебраической сумме ЭДС ξ_k, встречающихся в этом контуре:

$$\sum_i I_iR_i = \sum_k \xi_k. \qquad (20.2)$$

§ 21. Элементарная классическая теория электропроводности металлов

Носителями тока в металлах являются свободные электроны, т.е. электроны, слабо связанные с ионами кристаллической решетки металла. Это представление о природе носителей тока в металлах основывается на электронной теории проводимости металлов, созданной немецким физиком П. Друде (1863—1906) и разработанной впоследствии нидерландским физиком Х. Лоренцем, а также на ряде классических опытов, подтверждающих положения электронной теории.

Первый из таких опытов — опыт Рикке, проведенный в 1901 г. [К. Рикке (1845—1915) — немецкий физик]. Опыт заключался в том, что в течение года электрический ток пропускался через три последовательно соединенных с тщательно отшлифованными торцами металлических цилиндра (Cu, Al, Cu) одинакового радиуса. Несмотря на то что общий заряд, прошедший через эти цилиндры, достигал огромного значения ($\approx 3{,}5 \cdot 10^6$ Кл), никаких, даже микроскопических, следов переноса

вещества не обнаружилось. Это явилось экспериментальным доказательством того, что ионы в металлах не участвуют в переносе электричества, а перенос заряда в металлах осуществляется частицами, которые являются общими для всех металлов. Такими частицами могли быть открытые в 1897 г. английским физиком Д. Томсоном (1856—1940) электроны.

Для доказательства этого предположения необходимо было определить знак и величину удельного заряда носителей (отношение заряда носителя к его массе). Идея подобных опытов заключалась в следующем: если в металле имеются подвижные, слабо связанные с решеткой носители тока, то при резком торможении проводника эти частицы должны по инерции смещаться вперед, как смещаются вперед пассажиры, стоящие в вагоне, при его торможении. Результатом смещения зарядов должен быть импульс тока; по направлению тока можно определить знак носителей тока, а зная размеры и сопротивление проводника, можно вычислить удельный заряд носителей. Идея этих опытов (1913) и их качественное воплощение принадлежат российским физикам С. Л. Мандельштаму (1879—1944) и Н. Д. Папалекси (1880—1947). Эти опыты в 1916 г. были усовершенствованы и проведены американским физиком Р. Толменом (1881—1948) и ранее шотландским физиком Б. Стюартом (1828—1887). Ими было экспериментально доказано, что носители тока в металлах имеют отрицательный заряд, а их удельный заряд приблизительно одинаков для всех исследованных металлов. По значению удельного заряда носителей электрического тока и по определенному ранее Р. Милликеном элементарному электрическому заряду была определена их масса. Оказалось, что значения удельного заряда и массы носителей тока и электронов, движущихся в вакууме, совпадали. Таким образом, было окончательно доказано, что носителями электрического тока в металлах являются свободные электроны.

Существование свободных электронов в металлах можно объяснить следующим образом: при образовании кристаллической решетки металла (в результате сближения изолированных атомов) валентные электроны, сравнительно слабо связанные с атомными ядрами, отрываются от атомов металла, становятся "свободными" и могут перемещаться по всему объему. Таким образом, в узлах кристаллической решетки располагаются ионы металла, а между ними хаотически движутся свободные электроны, образуя своеобразный электронный газ, обладающий, согласно электронной теории металлов, свойствами идеального газа.

Электроны проводимости при своем движении сталкиваются с ионами решетки, в результате чего устанавливается термодинамическое равновесие между электронным газом и решеткой. По теории Друде — Лоренца, электроны обладают такой же энергией теплового движения, как и молекулы одноатомного газа. Поэтому, применяя выводы молекулярно-кинетической теории, можно найти среднюю скорость теплового движения электронов

$$\langle u \rangle = \sqrt{8kT/\pi m_e},$$

которая для $T = 300$ К равна $1{,}1 \cdot 10^5$ м/с. Тепловое движение электронов, являясь хаотическим, не может привести к возникновению тока.

При наложении внешнего электрического поля на металлический проводник, кроме теплового движения электронов, возникает их упорядоченное движение, т. е. возникает электрический ток. Среднюю скорость $\langle v \rangle$ упорядоченного движения электронов можно оценить согласно формуле (15.1) для плотности тока: $j = ne\langle v \rangle$. Выбрав допустимую плотность тока, например для медных проводов 10^7 А/м^2, получим, что при концентрации носителей тока $n = 8 \cdot 10^{28}$ м$^{-3}$ средняя скорость $\langle v \rangle$ упорядоченного движения электронов равна $7{,}8 \cdot 10^{-4}$ м/с. Следовательно, $\langle v \rangle \ll \langle u \rangle$, т. е. даже при очень больших плотностях тока средняя скорость упорядоченного движения электронов, обусловливающего электрический ток, значительно меньше их скорости теплового движения. Поэтому при вычислениях результирующую скорость ($\langle v \rangle + \langle u \rangle$) можно заменять скоростью теплового движения $\langle u \rangle$.

Казалось бы, полученный результат противоречит факту практически мгновенной передачи электрических сигналов на большие расстояния. Дело в том, что замыкание электрической цепи влечет за собой распространение электрического поля со скоростью c ($c = 3 \cdot 10^8$ м/с). Через время $t = l/c$ (l — длина цепи) вдоль цепи установится стационарное электрическое поле и в ней начнется упорядоченное движение электронов. Поэтому электрический ток возникает в цепи практически одновременно с ее замыканием.

§22. Вывод основных законов электрического тока в классической теории электропроводности металлов

22.1. Закон Ома

Пусть в металлическом проводнике существует электрическое поле напряженностью $E = \text{const}$. Со стороны поля заряд e испытывает действие силы $F = eE$ и приобретает ускорение $a = F/m = eE/m$. Таким образом, во время свободного пробега электроны движутся равноускоренно, приобретая к концу свободного пробега скорость

$$\upsilon_{max} = eE\langle t\rangle / m,$$

где $\langle t\rangle$ — среднее время между двумя последовательными соударениями электрона с ионами решетки.

Согласно теории Друде, в конце свободного пробега электрон, сталкиваясь с ионами решетки, отдаст им накопленную в поле энергию, поэтому скорость его упорядоченного движения становится равной нулю. Следовательно, средняя скорость направленного движения электрона

$$\langle \upsilon\rangle = (\upsilon_{max} + 0)/2 = eE\langle t\rangle / 2m. \qquad (22.1)$$

Классическая теория металлов не учитывает распределения электронов по скоростям, поэтому среднее время $\langle t\rangle$ свободного пробега определяется средней длиной свободного пробега $\langle l\rangle$ и средней скоростью движения электронов относительно кристаллической решетки проводника, равной $\langle u\rangle + \langle v\rangle$. В § 21 было показано, что $\langle \upsilon\rangle << \langle u\rangle$, поэтому $\langle t\rangle = \langle l\rangle / \langle u\rangle$.

Подставив значение $\langle t\rangle$ в формулу (22.1), получим

$$\langle \upsilon\rangle = eE\langle l\rangle / 2m\langle u\rangle.$$

Плотность тока в металлическом проводнике, по формуле (15.1),

$$j = ne\langle \upsilon \rangle = \frac{ne^2 \langle l \rangle}{2m\langle u \rangle} E,$$

откуда видно, что плотность тока пропорциональна напряженности поля, т. е. получили закон Ома в дифференциальной форме [ср. с (17.4)]. Коэффициент пропорциональности между j и E есть не что иное, как удельная проводимость материала

$$\gamma = \frac{ne^2 \langle l \rangle}{2m\langle u \rangle}, \qquad (22.2)$$

которая тем больше, чем больше концентрация свободных электронов и средняя длина их свободного пробега.

22.2. Закон Джоуля — Ленца

К концу свободного пробега электрон под действием поля приобретает дополнительную кинетическую энергию

$$\langle E_k \rangle = \frac{m\upsilon_{max}^2}{2} = \frac{e^2 \langle l \rangle^2}{2m\langle u \rangle^2} E^2. \qquad (22.3)$$

При соударении электрона с ионом эта энергия полностью передается решетке и идет на увеличение внутренней энергии металла, т.е. на его нагревание.

За единицу времени электрон испытывает с узлами решетки в среднем $\langle z \rangle$ столкновений:

$$\langle z \rangle = \langle u \rangle / \langle l \rangle. \qquad (22.4)$$

Если n — концентрация электронов, то в единицу времени происходит $n\langle z \rangle$ столкновений и решетке передается энергия

$$w = n\langle z \rangle \langle E_k \rangle, \qquad (22.5)$$

которая идет на нагревание проводника. Подставив выражение (22.3) и (22.4) в формулу (22.5), получим таким образом энергию, передаваемую решетке в единице объема проводника за единицу времени

$$w = \frac{ne^2 \langle l \rangle}{2m \langle u \rangle} E^2 . \qquad (22.6)$$

Величина w является удельной тепловой мощностью тока (см. §18). Коэффициент пропорциональности между w и E^2 по формуле (22.2) есть удельная проводимость γ, следовательно, выражение (22.6) — закон Джоуля — Ленца в дифференциальной форме (ср. с формулой (18.7)).

22.3. Закон Видемана — Франца

Металлы обладают как большой электропроводностью, так и высокой теплопроводностью. Это объясняется тем, что носителями тока и теплоты в металлах являются одни и те же частицы — свободные электроны, которые, перемещаясь в металле, переносят не только электрический заряд, но и присущую им энергию хаотического (теплового) движения, т. е. осуществляют перенос теплоты.

Закон Видемана и Франца, экспериментально установленный в 1853 г., гласит что отношение теплопроводности (λ) к удельной проводимости (γ) для всех металлов при одной и той же температуре одинаково и увеличивается пропорционально термодинамической температуре:

$$\lambda / \gamma = \beta / T ,$$

где β — постоянная, не зависящая от рода металла.

Элементарная классическая теория электропроводности металлов позволила найти значение β: $\beta = 3(k/e)^2$, где k — постоянная Больцмана. Это значение хорошо согласуется с опытными данными. Однако, как оказалось впоследствии, это согласие теоретического значения с опытным случайно. Лоренц, применив к электронному газу статистику Максвелла — Больцмана, учтя тем самым распределение электронов по скоростям, получил $\beta = 2(k/e)^2$, что привело к резкому расхождению теории с опытом.

Таким образом, классическая теория электропроводности металлов объяснила законы Ома и Джоуля — Ленца, а также дала качественное объяснение закона Видемана — Франца. Однако она, помимо

рассмотренных противоречий в законе Видемана — Франца, столкнулась еще с рядом трудностей при объяснении различных опытных данных. Рассмотрим некоторые из них.

1. Температурная зависимость сопротивления

Из формулы удельной проводимости (22.2) следует, что сопротивление металлов, т. е. величина, обратно пропорциональная γ, должна возрастать пропорционально $\sqrt{T}$ [в выражении (22.2) n и $\langle l \rangle$ от температуры не зависят, а $\langle u \rangle \sim \sqrt{T}$]. Этот вывод электронной теории противоречит опытным данным, согласно которым $R \sim T$ (см. § 17).

2. Оценка средней длины свободного пробега электронов в металлах.

Чтобы по формуле (22.2) получить γ, совпадающие с опытными значениями, надо принимать $\langle l \rangle$ значительно больше истинных, иными словами, предполагать, что электрон проходит без соударений с ионами решетки сотни междоузельных расстояний, что не согласуется с теорией Друде — Лоренца.

3. Теплоемкость металлов

Теплоемкость металла складывается из теплоемкости его кристаллической решетки и теплоемкости электронного газа. Поэтому атомная (т. е. рассчитанная на 1 моль) теплоемкость металла должна быть значительно большей, чем атомная теплоемкость диэлектриков, у которых нет свободных электронов. Согласно закону Дюлонга и Пти теплоемкость одноатомного кристалла равна $3R$. Учтем, что теплоемкость одноатомного электронного газа равна $3/2R$. Тогда атомная теплоемкость металлов должна быть близка к $4{,}5R$. Однако опыт доказывает, что она равна $3R$, т. е. для металлов, так же как и для диэлектриков, хорошо выполняется закон Дюлонга и Пти. Следовательно, наличие электронов проводимости практически не сказывается на значении теплоемкости, что не объясняется классической электронной теорией.

Указанные расхождения теории с опытом можно объяснить тем, что движение электронов в металлах подчиняется не законам классической механики, а законам квантовой механики и, следовательно, поведение электронов проводимости надо описывать не статистикой Максвелла – Больцмана, а квантовой статистикой. Поэтому объяснить затруднения элементарной классической теории электропроводности металлов можно лишь квантовой теорией. Надо, однако, отметить, что классическая электронная теория не утратила своего значения и до настоящего

времени, так как во многих случаях (например, при малой концентрации электронов проводимости и высокой температуре) она дает правильные качественные результаты и является по сравнению с квантовой теорией простой и наглядной.

§ 23. Работа выхода электронов из металла

Как показывает опыт, свободные электроны при обычных температурах практически не покидают металл. Следовательно, в поверхностном слое металла должно быть задерживающее электрическое поле, препятствующее выходу электронов из металла в окружающий вакуум. Работа, которую нужно затратить для удаления электрона из металла в вакуум, называется **работой выхода**. Укажем две вероятные причины появления работы выхода:

1. Если электрон по какой-то причине удаляется из металла, то в том месте, которое электрон покинул, возникает избыточный положительный заряд и электрон притягивается к индуцированному им самим положительному заряду.

2. Отдельные электроны, покидая металл, удаляются от него на расстояния порядка атомных и создают тем самым над поверхностью металла "электронное облако", плотность которого быстро убывает с расстоянием. Это облако вместе с наружным слоем положительных ионов решетки образует двойной электрический слой, поле которого подобно полю плоского конденсатора. Толщина этого слоя равна нескольким межатомным расстояниям (10^{-10}—10^{-9} м). Он не создает электрического поля во внешнем пространстве, но препятствует выходу свободных электронов из металла.

Таким образом, электрон при вылете из металла должен преодолеть задерживающее его электрическое поле двойного слоя. Разность потенциалов $\Delta\varphi$ в этом слое, называемая поверхностным скачком потенциала, определяется работой выхода (A) электрона из металла:

$$\Delta\varphi = A/e,$$

где e — заряд электрона. Так как вне двойного слоя электрическое поле отсутствует, то потенциал среды равен нулю, а внутри металла потенциал положителен и равен $\Delta\varphi$. Потенциальная энергия свободного электрона внутри металла равна $-e\Delta\varphi$ и является относительно вакуума отрицательной. Исходя из этого можно считать, что весь объем металла для электронов проводимости представляет

потенциальную яму с плоским дном, глубина которой равна работе выхода A.

Работа выхода выражается в электрон-вольтах (эВ): 1 эВ равен работе, совершаемой силами поля при перемещении элементарного электрического заряда (заряда, равного заряду электрона) при прохождении им разности потенциалов в 1 В. Так как заряд электрона равен $1{,}6 \cdot 10^{-19}$Кл, то 1 эВ $=1{,}6 \cdot 10^{-19}$Дж.

Работа выхода зависит от химической природы металлов и от чистоты их поверхности и колеблется в пределах нескольких электрон-вольт (например, у калия A=2,2 эВ, у платины A=6,3 эВ). Подобрав определенным образом покрытие поверхности, можно значительно уменьшить работу выхода. Например, если нанести на поверхность вольфрама (A=4,5 эВ) слой оксида щелочно-земельного металла (Ca, Sr, Ba), то работа выхода снижается до 2 эВ.

§ 24. Эмиссионные явления и их применение

Если сообщить электронам в металлах энергию, необходимую для преодоления работы выхода, то часть электронов может покинуть металл, в результате чего наблюдается явление испускания электронов, или электронов эмиссии. В зависимости от способа сообщения электронам энергии различают термоэлектронную, фотоэлектронную, вторичную электронную ионно-электронную и автоэлектронную эмиссии.

1. Термоэлектронная эмиссия — испускание электронов нагретыми металлами. Концентрация свободных электронов в металлах достаточно высока, поэтому даже при средних температурах вследствие распределения электронов по скоростям (по энергиям) некоторые электроны обладают энергией, достаточной для преодоления потенциального барьера на границе металла. С повышением температуры число электронов, кинетическая энергия теплового движения которых больше работы выхода, растет, и явление термоэлектронной эмиссии становится заметным.

Исследование закономерностей термоэлектронной эмиссии можно провести с помощью простейшей двухэлектродной лампы — вакуумного диода, представляющего собой откачанный баллон, содержащий два электрода: катод K и анод A. В простейшем случае катодом служит нить из тугоплавкого металла (например вольфрама), накаливаемая электрическим током. Анод чаще всего имеет форму металлического цилиндра, окружающего катод. Если диод включить в цепь, как это показано на рис. 33, то при накаливании катода и подаче на анод положительного напряжения (относительно катода) в анодной цепи

диода возникает ток. Если поменять полярность батареи $Б_а$, то ток прекращается, как бы сильно катод ни накаливали. Следовательно, катод испускает отрицательные частицы — электроны.

Если поддерживать температуру накаленного катода постоянной и снять зависимость анодного тока I_a от анодного напряжения U_a — вольт-амперную характеристику (рис. 34), то оказывается, что она не является линейной, т. е. для вакуумного диода закон Ома не выполняется. Зависимость термоэлектронного тока I от анодного напряжения в области малых положительных значений U описывается законом трех вторых [установлен русским физиком С. А. Богуславским (1883—1923) и американским физиком И. Ленгмюром (1881—1957)]: $I = BU^{3/2}$, где B — коэффициент, зависящий от формы и размеров электродов, а также их взаимного расположения.

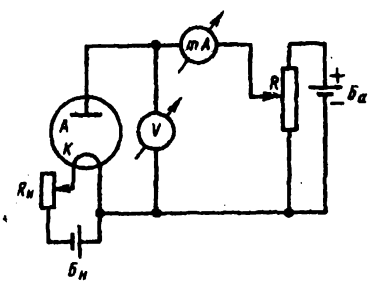


Рис. 33

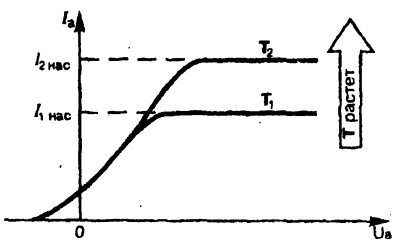


Рис. 34

При увеличении анодного напряжения ток возрастает до некоторого максимального значения $I_{нас}$, называемого током насыщения. Это означает, что почти все электроны, покидающие катод, достигают анода, поэтому дальнейшее увеличение напряженности поля не может привести к увеличению термоэлектронного тока. Следовательно, плотность тока насыщения характеризует эмиссионную способность материала катода.

На рис. 34 представлены вольт-амперные характеристики для двух температур катода: T_1 и T_2, причем $T_2 > T_1$. С повышением температуры катода испускание электронов с катода интенсивнее, при этом увеличивается и ток насыщения. При $U_a = 0$ наблюдается анодный ток, т.е. некоторые электроны, эмиттируемые катодом, обладают энергией, достаточной для преодоления работы выхода и достижения анода без приложения электрического поля.

Явление термоэлектронной эмиссии используется в приборах, в которых необходимо получить поток электронов в вакууме, например в

электронных лампах, рентгеновских трубках, электронных микроскопах и т. д. Электронные лампы широко применяются в электро- и радиотехнике, автоматике и телемеханике для выпрямления переменных токов, усиления электрических сигналов и переменных токов, генерирования электромагнитных колебаний и т.д. В зависимости от назначения в лампах используются дополнительные управляющие электроды.

2. Фотоэлектронная эмиссия — испускание электронов из металла под действием электромагнитного излучения.

3. Вторичная электронная эмиссия — испускание электронов поверхностью металлов, полупроводников или диэлектриков при бомбардировке их пучком электронов. Вторичный электронный поток состоит из электронов, отраженных поверхностью (упруго и неупруго отраженные электроны), и "истинно" вторичных электронов — электронов, выбитых из металла, полупроводника или диэлектрика первичными электронами.

Отношение числа вторичных n_2 электронов к числу первичных n_1, вызвавших эмиссию, называется **коэффициентом вторичной электронной эмиссии**: $\delta = n_2 / n_1$.

Коэффициент δ зависит от природы материала поверхности, энергии бомбардирующих частиц и их угла падения на поверхность. У полупроводников и диэлектриков δ больше, чем у металлов. Это объясняется тем, что в металлах, где концентрация электронов проводимости велика, вторичные электроны, часто сталкиваясь с ними, теряют свою энергию и не могут выйти из металла. В полупроводниках и диэлектриках же из-за малой концентрации электронов проводимости столкновения вторичных электронов с ними происходят гораздо реже и вероятность выхода вторичных электронов из эмиттера возрастает в несколько раз.

Для примера на рис. 35 приведена качественная зависимость коэффициента вторичной электронной эмиссии δ от энергии E падающих электронов для KCl. С увеличением энергии электронов δ возрастает, так как первичные электроны все глубже проникают в кристаллическую решетку и, следовательно, выбивают больше вторичных электронов. Однако при некоторой энергии первичных электронов δ начинает уменьшаться. Это связано с тем, что с увеличением глубины проникновения первичных электронов вторичным все труднее вырваться на поверхность. Значение δ_{max} для KCl достигает ≈ 12 (для чистых металлов оно не превышает 2).

Явление вторичной электронной эмиссии используется в фотоэлектронных умножителях (ФЭУ), применяемых для усиления слабых электрических токов. ФЭУ представляет собой вакуумную трубку с фотокатодом К и анодом А, между которыми расположено несколько электродов — эмиттеров (рис. 36). Электроны, вырванные из фотокатода под действием света, попадают на эмиттер $Э_1$, пройдя ускоряющую разность потенциалов между К и $Э_1$. Из эмиттера $Э_1$ выбивается δ электронов. Усиленный таким образом электронный поток направляется на эмиттер $Э_2$, и процесс умножения повторяется на всех последующих эмиттерах. Если ФЭУ содержит n эмиттеров, то на аноде А, называемом коллектором, получается усиленный в δ^n раз фотоэлектронный ток.

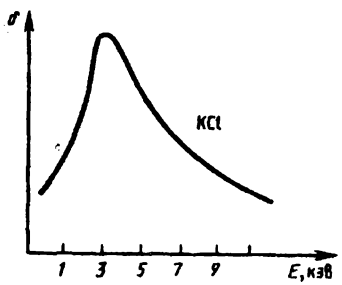


Рис. 35

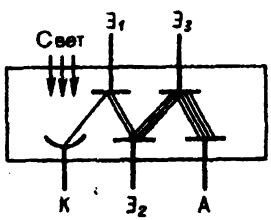


Рис. 36

4. Ионно-электронная эмиссия – испусскание электронов в результате бомбардировки эмиттера ионами.

5. Автоэлектронная эмиссия — испускание электронов проводящими твердыми и жидкими телами под действием сильного внешнего электрического поля. Эти явления можно наблюдать в откачанной трубке, конфигурация электродов которой (катод — острие, анод — внутренняя поверхность трубки) позволяет при напряжениях примерно 10^3 В получать электрические поля напряженностью примерно 10^7 В/м. При постепенном повышении напряжения уже при напряженности поля у поверхности катода примерно 10^5 —10^6 В/м возникает слабый ток, обусловленный электронами, испускаемыми катодом. Сила этого тока увеличивается с повышением напряжения на трубке. Токи возникают при холодном катоде, поэтому описанное явление называется также холодной эмиссией. Объяснение механизма этого явления возможно лишь на основе квантовой теории.

§ 25. Ионизация газов. Несамостоятельный газовый разряд

Газы при не слишком высоких температурах и при давлениях, близких к атмосферному, являются хорошими изоляторами. Если поместить в сухой атмосферный воздух заряженный электрометр с хорошей изоляцией, то его заряд долго остается неизменным. Это объясняется тем, что газы при обычных условиях состоят из нейтральных атомов и молекул и не содержат свободных зарядов (электронов и ионов). Газ становится проводником электричества, когда некоторая часть его молекул ионизуется, т.е. происходит расщепление нейтральных атомов и молекул на ионы и свободные электроны. Для этого газ надо подвергнуть действию какого-либо ионизатора (например, если к заряженному электрометру поднести пламя свечи, то наблюдается уменьшение его заряда. Электропроводность газа вызывается нагреванием).

Под действием какого-либо ионизатора происходит вырывание из электронной оболочки атома или молекулы одного или нескольких электронов, что приводит к образованию свободных электронов и положительных ионов. Электроны могут присоединяться к нейтральным молекулам и атомам, превращая их в отрицательные ионы. Следовательно, в ионизованном газе имеются положительные и отрицательные ионы и свободные электроны. Прохождение электрического тока через газы называется газовым разрядом.

Ионизация газов может происходить под действием различных ионизаторов: сильный нагрев (столкновения быстрых молекул становятся настолько сильными, что они разбиваются на ионы), короткое электромагнитное излучение (ультрафиолетовое, рентгеновское и γ-излучения), корпускулярное излучение (потоки электронов, протонов, α-частиц) и т. д.

Атомы и молекулы – устойчивые системы заряженных частиц. Поэтому для ионизации атома (или молекулы) газа необходимо совершить **работу ионизации** $A_и$. Работа ионизации зависит от химической природы газа и энергетического состояния вырываемого электрона в ионизируемом атоме или молекуле. Наиболее слабо связаны в атоме внешние (валентные) электроны. Поэтому для удаления из атома валентного электрона нужно затратить меньшую работу, чем для вырывания любого другого электрона атома. После удаления из атома валентного электрона и образования таким образом положительного иона прочность связи остальных электронов возрастает. Следовательно, для удаления из однократно ионизированного атома

(одновалентного иона) еще одного электрона нужно совершить работу, которая значительно больше работы отрыва первого электрона.Так, например, работа ионизации атома азота (N) равна 14,5 эВ, а его одновалентного иона (N^+) – 29,6 эВ, двухвалентного иона (N^{++}) – 47,4 эВ и т.д.

Работу ионизации можно характеризовать с помощью потенциала ионизации. Потенциалом ионизации $\varphi_и$ называется разность потенциалов, которую должен пройти электрон в ускоряющем электрическом поле, чтобы увеличение его энергии было равно работе ионизации.

Из формулы (6.6) следует что

$$\varphi_и = \frac{A_и}{e}.$$

Значения потенциалов ионизации некоторых атомов и молекул приведены в таблице 3.

Таблица 3

Значения потенциалов ионизации атомов и молекул

Атомы	H	He	O	N	Cl	Na	Ne	Hg	K	Ar
$\varphi_и$, В	13,6	24,6	13,6	14,5	13,0	5,4	21,6	10,4	4,34	15,8
Молекулы	H_2	O_2	H_2O	N_2	Cl_2	CO_2	NO_2	CO	HCl	NO
$\varphi_и$, В	15,4	12,2	12,6	15,6	11,3	13,8	12,3	14,0	12,6	9,2

Количественной характеристикой процесса ионизации служит интенсивность ионизации, равная числу пар противоположных по знаку заряженных частиц, возникающих в единице объема газа за единицу времени.

Одновременно с процессом ионизации газа происходит и обратный процесс — процесс рекомбинации: положительные и отрицательные ионы, положительные ионы и электроны, встречаясь, воссоединяются между собой с образованием нейтральных атомов и молекул. Чем больше ионов возникает под действием ионизатора, тем интенсивнее идет и процесс рекомбинации.

Строго говоря, электропроводность газа нулю не равна никогда, так как в нем всегда имеются свободные заряды, образующиеся в результате действия на газы излучения радиоактивных веществ, имеющихся на поверхности Земли, а также космического излучения.

Эта незначительная электропроводность воздуха (интенсивность ионизации под действием указанных факторов невелика) служит причиной утечки зарядов наэлектризованных тел даже при хорошей их изоляции.

Характер газового разряда определяется составом газа, его температурой и давлением, размерами, конфигурацией и материалом электродов, приложенным напряжением, плотностью тока.

Рассмотрим цепь, содержащую газовый промежуток (рис. 37), подвергающийся непрерывному, постоянному по интенсивности воздействию ионизатора. В результате действия ионизатора газ приобретает некоторую электропроводность. Зависимость возникающего в цепи тока от приложенного напряжения дана на рис. 38.

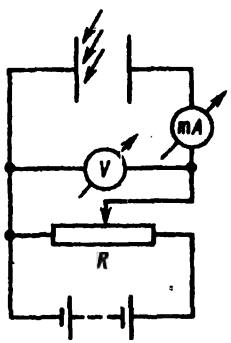


Рис. 37

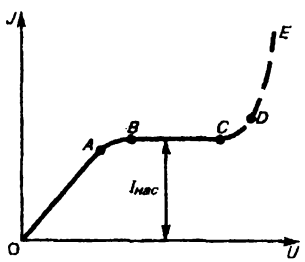


Рис. 38

На участке кривой ОА сила тока возрастает пропорционально напряжению, т. е. выполняется закон Ома. При дальнейшем увеличении напряжения закон Ома нарушается: рост силы тока замедляется (участок АВ) и наконец прекращается совсем. Участок ВС описывает процесс, когда ионы и электроны, создаваемые внешним ионизатором за единицу времени, за это же время достигают электродов. В результате получаем ток насыщения ($I_{нас}$), значение которого определяется мощностью ионизатора. Ток насыщения, таким образом, является мерой ионизирующего действия ионизатора. Если в режиме ОС прекратить действие ионизатора, то прекращается и разряд. Разряды, существующие только под действием внешних ионизаторов, называются несамостоятельными.

§ 26. Самостоятельный газовый разряд и его типы

Самостоятельный разряд – разряд в газе, сохраняющийся после прекращения действия внешнего ионизатора.

Рассмотрим условия возникновения самостоятельного разряда. При больших напряжениях между электродами газового промежутка (см. рис. 38) сила тока вначале медленно (участок CD), а затем резко (участок DE) возрастает. При больших напряжениях возникающие под действием внешнего ионизатора электроны, сильно ускоренные электрическим полем, сталкиваясь с нейтральными молекулами газа, ионизируют их, в результате чего образуются вторичные электроны и положительные ионы (процесс 1 на рис. 39). Положительные ионы движутся к катоду, а электроны — к аноду. Вторичные электроны вновь ионизируют молекулы газа, и, следовательно, общее количество электронов и ионов будет возрастать по мере продвижения электронов к аноду лавинообразно. Это является причиной увеличения электрического тока на участке CD (см. рис. 38). Описанный процесс называется ударной ионизацией.

Однако ударная ионизация под действием электронов недостаточна для поддержания разряда при удалении внешнего ионизатора. Для этого необходимо, чтобы электронные лавины "воспроизводились", т. е. чтобы в газе под действием каких-то процессов возникали новые электроны. Такие процессы схематически показаны на рис. 39: 1) ускоренные полем положительные ионы, ударяясь о катод, выбивают из него электроны (процесс 2); 2) положительные ионы, сталкиваясь с молекулами газа, переводят их в возбужденное состояние; переход таких молекул в нормальное состояние сопровождается испусканием фотона (процесс 3); 3) фотон, поглощенный нейтральной молекулой, ионизирует ее, происходит так называемый процесс фотонной ионизации молекул (процесс 4); 4) выбивание электронов из катода под действием фотонов (процесс 5).

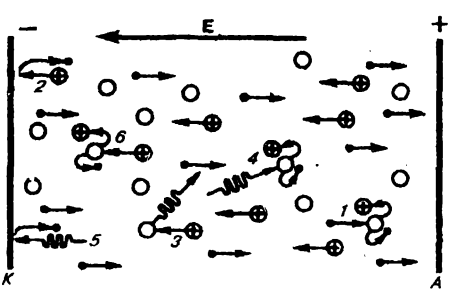


Рис. 39

Наконец, при значительных напряжениях между электродами газового промежутка наступает момент, когда положительные ионы, обладающие меньшей длиной свободного пробега, чем электроны, приобретают энергию, достаточную для ионизации молекул газа (процесс 6), и к отрицательной пластине устремляются ионные лавины. Когда возникают, кроме электронных лавин, еще и ионные, сила тока растет уже практически без увеличения напряжения (участок DE на рис. 38).

В результате описанных процессов (1—6) число ионов и электронов в объеме газа лавинообразно возрастает и разряд становится самостоятельным разрядом, т.е. сохраняется после прекращения действия внешнего ионизатора. Напряжение, при котором возникает самостоятельный разряд, называется напряжением пробоя.

В зависимости от давления газа, конфигурации электродов, параметров внешней цепи можно говорить о четырех типах самостоятельного разряда: тлеющем, искровом, дуговом и коронном.

1. *Тлеющий разряд* возникает при низких давлениях. Если к электродам, впаянным в стеклянную трубку длиной 30—50 см, приложить постоянное напряжение в несколько сотен вольт, постепенно откачивая из трубки воздух, то при давлении $\approx$5,3-6,7 кПа возникает разряд в виде светящегося извилистого шнура красноватого цвета, идущего от катода к аноду. При дальнейшем понижении давления шнур утолщается, и при давлении $\approx$13 Па разряд имеет вид, схематически изображенный на рис. 40.

Непосредственно к катоду прилегает тонкий светящийся слой 1 — первое катодное свечение, или катодная пленка, затем следует темный слой 2 — катодное темное пространство, переходящее в дальнейшем в светящийся слой 3 — тлеющее свечение, имеющее резкую границу со стороны катода, постепенно исчезающую со стороны анода. Оно возникает из-за рекомбинации электронов с положительными ионами. С тлеющим свечением граничит темный промежуток 4 — фарадеево темное пространство, за которым следует столб ионизированного светящегося газа 5 — положительный столб. Положительный столб существенной роли в поддержании разряда не имеет. Например, при уменьшении расстояния между электродами трубки его длина сокращается, в то время как катодные части разряда по форме и величине остаются неизменными. В тлеющем разряде особое значение для его поддержания имеют только две его части: катодное темное пространство и тлеющее свечение. В катодном темном пространстве происходит сильное ускорение электронов и положительных ионов, выбивающих электроны с катода (вторичная эмиссия). В области

тлеющего свечения же происходит ударная ионизация электронами молекул газа. Образующиеся при этом положительные ионы устремляются к катоду и выбивают из него новые электроны, которые, в свою очередь, опять ионизируют газ и т. д. Таким образом непрерывно поддерживается тлеющий разряд.

При давлении $\approx 1{,}3$ Па свечение газа ослабевает и начинают светиться стенки трубки. Электроны, выбиваемые из катода положительными ионами, при таких разрежениях редко сталкиваются с молекулами газа и поэтому, ускоренные полем, ударяясь о стекло, вызывают его свечение, так называемую катодолюминесценцию. Поток этих электронов исторически получил название катодных лучей. Если в катоде просверлить малые отверстия, то положительные ионы, бомбардирующие катод, пройдя через отверстия, проникают в пространство за катодом и образуют резко ограниченный пучок, получивший название каналовых (или положительных) лучей, названных по знаку заряда, который они несут.

Рис. 40

Тлеющий разряд широко используется в технике. Так как свечение положительного столба имеет характерный для каждого газа цвет, то его используют в газосветных трубках для светящихся надписей и реклам (например, неоновые газоразрядные трубки дают красное свечение, аргоновые — синевато-зеленое). В лампах дневного света, более экономичных, чем лампы накаливания, излучение тлеющего разряда, происходящее в парах ртути, поглощается нанесенным на внутреннюю поверхность трубки флуоресцирующим веществом (люминофором). Под воздействием поглощенного излучения люминофор начинает светиться. Спектр свечения при соответствующем подборе люминофоров близок к спектру солнечного излучения. Тлеющий разряд используется для катодного напыления металлов. Вещество катода в тлеющем разряде вследствие бомбардировки положительными ионами сильно нагревается и переходит в парообразное состояние. Помещая вблизи катода различные предметы, их можно покрыть равномерным слоем металла.

2. *Искровой разряд* возникает при больших напряженностях электрического поля ($\approx 3 \cdot 10^6$ В/м) в газе, находящемся под давлением порядка атмосферного. Искра имеет вид ярко светящегося тонкого канала, сложным образом изогнутого и разветвленного.

Объяснение искрового разряда дается на основе стримерной теории, согласно которой возникновению ярко светящегося канала искры предшествует появление слабосветящихся скоплений ионизованного газа — стримеров. Стримеры возникают не только в результате образования электронных лавин посредством ударной ионизации, но и в результате фотонной ионизации газа. Лавины, догоняя друг друга, образуют проводящие мостики из стримеров, по которым в следующие моменты времени и устремляются мощные потоки электронов, образующие каналы искрового разряда. Из-за выделения при рассмотренных процессах большого количества энергии газ в искровом промежутке нагревается до очень высокой температуры (примерно 10^4 K), что приводит к его свечению. Быстрый нагрев газа ведет к повышению давления и возникновению ударных волн, объясняющих звуковые эффекты при искровом разряде — характерное потрескивание в слабых разрядах и мощные раскаты грома в случае молнии, являющейся примером мощного искрового разряда между грозовым облаком и землей или между двумя грозовыми облаками.

Искровой разряд используется для воспламенения горючей смеси в двигателях внутреннего сгорания и предохранения электрических линий передачи от перенапряжений (искровые разрядники). При малой длине разрядного промежутка искровой разряд вызывает разрушение (эрозию) поверхности металла, поэтому он применяется для электроискровой точной обработки металлов (резание, сверление). Его используют в спектральном анализе для регистрации заряженных частиц (искровые счетчики).

3. *Дуговой разряд*. Если после зажигания искрового разряда от мощного источника постепенно уменьшать расстояние между электродами, то разряд становится непрерывным — возникает дуговой разряд. При этом сила тока резко возрастает, достигая сотен ампер, а напряжение на разрядном промежутке падает до нескольких десятков вольт. Дуговой разряд можно получить от источника низкого напряжения минуя стадию искры. Для этого электроды (например, угольные) сближают до соприкосновения, они сильно раскаляются электрическим током, потом их разводят и получают электрическую дугу (именно так она была открыта в 1802 г. В. В. Петровым). При атмосферном давлении температура катода приблизительно равна 3900 K. По мере горения дуги угольный катод заостряется, а на аноде образуется углубление — кратер, являющийся наиболее горячим местом дуги.

По современным представлениям, дуговой разряд поддерживается за счет высокой температуры катода из-за интенсивной термоэлектронной эмиссии, а также термической ионизации молекул, обусловленной высокой температурой газа.

Дуговой разряд находит широкое применение для сварки и резки металлов, получения высококачественных сталей (дуговая печь) и освещения (прожекторы, проекционная аппаратура). Широко применяются также дуговые лампы с ртутными электродами в кварцевых баллонах, где дуговой разряд возникает в ртутном паре при откачанном воздухе. Дуга, возникающая в ртутном паре, является мощным источником ультрафиолетового излучения и используется в медицине (например, кварцевые лампы). Дуговой разряд при низких давлениях в парах ртути используется в ртутных выпрямителях для выпрямления переменного тока.

4. *Коронный разряд* — высоковольтный электрический разряд при высоком (например, атмосферном) давлении в резко неоднородном поле вблизи электродов с большой кривизной поверхности (например острия). Когда напряженность поля вблизи острия достигает 30 кВ/см, то вокруг него возникает свечение, имеющее вид короны, чем и вызвано название этого вида разряда.

В зависимости от знака коронирующего электрода различают отрицательную или положительную корону. В случае отрицательной короны рождение электронов, вызывающих ударную ионизацию молекул газа, происходит за счет эмиссии их из катода под действием положительных ионов, в случае положительной — вследствие ионизации газа вблизи анода. В естественных условиях корона возникает под влиянием атмосферного электричества у вершин мачт (на этом основано действие молниеотводов), деревьев (Это явление получило в древности название огней святого Эльма.). Вредное действие короны вокруг проводов высоковольтных линий передачи проявляется в возникновении вредных токов утечки. Для их снижения провода высоковольтных линий делаются толстыми. Коронный разряд, являясь прерывистым, становится также источником радиопомех.

Используется коронный разряд в электрофильтрах, применяемых для очистки промышленных газов от примесей. Газ, подвергаемый очистке, движется снизу вверх в вертикальном цилиндре, по оси которого расположена коронирующая проволока. Ионы, имеющиеся в большом количестве во внешней части короны, оседают на частицах примеси и увлекаются полем к внешнему некоронирующему электроду и на нем оседают. Коронный разряд применяется также при нанесении порошковых и лакокрасочных покрытий.

§ 27. Плазма и ее свойства

Плазмой называется сильно ионизованный газ, в котором концентрации положительных и отрицательных зарядов практически одинаковы. Различают высокотемпературную плазму, возникающую при сверхвысоких температурах, и газоразрядную плазму, возникающую при газовом разряде. Плазма характеризуется степенью ионизации α — отношением числа ионизованных частиц к полному их числу в единице объема плазмы. В зависимости от величины α говорят о слабо (α составляет доли процента), умеренно (α — несколько процентов) и полностью (значение α близко к 100%) ионизованной плазме.

Заряженные частицы (электроны, ионы) газоразрядной плазмы, находясь в ускоряющем электрическом поле, обладают различной средней кинетической энергией. Это означает, что температура T_e электронного газа одна, а ионного $T_и$ — другая, причем $T_e > T_и$. Несоответствие этих температур указывает на то, что газоразрядная плазма является неравновесной, поэтому она называется также неизотермической. Убыль числа заряженных частиц в процессе рекомбинации в газоразрядной плазме восполняется ударной ионизацией электронами, ускоренными электрическим полем. Прекращение действия электрического поля приводит к исчезновению газоразрядной плазмы.

Высокотемпературная плазма является равновесной, или изотермической, т. е. при определенной температуре убыль числа заряженных частиц восполняется в результате термической ионизации. В такой плазме соблюдается равенство средних кинетических энергий составляющих плазму различных частиц. В состоянии подобной плазмы находятся звезды, звездные атмосферы, Солнце. Их температура достигает десятков миллионов градусов.

Условием существования плазмы является некоторая минимальная плотность заряженных частиц, начиная с которой можно говорить о плазме как таковой. Эта плотность определяется в физике плазмы из неравенства $L >> D$, где L — линейный размер системы заряженных частиц, D — так называемый дебаевский радиус экранирования, представляющий собой то расстояние, на котором происходит экранирование кулоновского поля любого заряда плазмы.

Плазма обладает следующими основными свойствами: высокой степенью ионизации газа, в пределе — полной ионизацией; равенством нулю результирующего пространственного заряда (концентрация положительных и отрицательных частиц в плазме практически одинакова); большой электропроводностью, причем ток в плазме

создается в основном электронами, как наиболее подвижными частицами; свечением; сильным взаимодействием с электрическим и магнитным полями; колебаниями электронов в плазме с большой частотой ($\approx 10^8$ Гц), вызывающими общее вибрационное состояние плазмы; "коллективным" — одновременным взаимодействием громадного числа частиц (в обычных газах частицы взаимодействуют друг с другом попарно). Эти свойства определяют качественное своеобразие плазмы, позволяющее считать ее особым, четвертым, состоянием вещества.

Изучение физических свойств плазмы позволяет, с одной стороны, решать многие проблемы астрофизики, поскольку в космическом пространстве плазма — наиболее распространенное состояние вещества, а с другой — открывает принципиальные возможности осуществления управляемого термоядерного синтеза.

Низкотемпературная плазма ($<10^5$ K) применяется в газовых лазерах, в термоэлектронных преобразователях и магнитогидродинамических генераторах (МГД-генераторах) — установках для непосредственного преобразования тепловой энергии в электрическую, в плазменных ракетных двигателях, весьма перспективных для длительных космических полетов.

Низкотемпературная плазма, получаемая в плазмотронах, используется для резки и сварки металлов, для получения некоторых химических соединений (например, галогенидов инертных газов), которые не удается получить другими способами, и т. д.

Глава 4. Магнитное поле

§ 28. Магнитное поле и его характеристики

Опыт показывает, что, подобно тому как в пространстве, окружающем электрические заряды, возникает электростатическое поле, так и в пространстве, окружающем токи и постоянные магниты, возникает силовое поле, называемое магнитным. **Магнитное поле** – одна из форм электромагнитного поля – создается движущимися электрическими зарядами и спиновыми магнитными моментами атомных носителей магнетизма (электронов, протонов). Наличие магнитного поля обнаруживается по силовому действию на внесенные в него проводники с током или постоянные магниты. Название "магнитное поле" связывают с ориентацией магнитной стрелки под действием поля, создаваемого током [это явление впервые обнаружено датским физиком Х. Эрстедом (1777—1851)].

Электрическое поле действует как на неподвижные, так и на движущиеся в нем электрические заряды. Важнейшая особенность магнитного поля состоит в том, что оно действует только на движущиеся в этом поле электрические заряды. Опыт показывает, что характер воздействия магнитного поля на ток различен в зависимости от формы проводника, по которому течет ток, от расположения проводника и от направления тока. Следовательно, чтобы охарактеризовать магнитное поле, надо рассмотреть его действие на определенный ток.

Подобно тому как при исследовании электростатического поля использовались точечные заряды, при исследовании магнитного поля используется замкнутый плоский контур с током (рамка с током), линейные размеры которого малы по сравнению с расстоянием до токов, образующих магнитное поле. Ориентация контура в пространстве определяется направлением нормали к контуру. Направление нормали определяется правилом правого винта: за положительное направление нормали принимается направление поступательного движения винта, головка которого вращается в направлении тока, текущего в рамке (рис. 41).

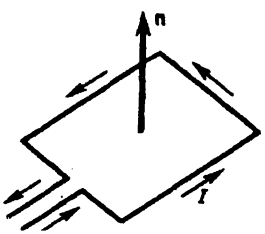


Рис. 41

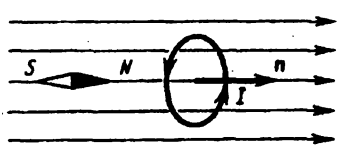


Рис. 42

Опыты показывают, что магнитное поле оказывает на рамку с током ориентирующее действие, поворачивая ее определенным образом. Этот результат используется для выбора направления магнитного поля. За направление магнитного поля в данной точке принимается направление, вдоль которого располагается положительная нормаль к рамке (рис. 42). За направление магнитного поля может быть также принято направление, совпадающее с направлением силы, которая действует на северный полюс магнитной стрелки, помещенной в данную точку. Так как оба полюса магнитной стрелки лежат в близких точках поля, то силы, действующие на оба полюса, равны друг другу. Следовательно, на магнитную стрелку действует пара сил, поворачивающая ее так, чтобы ось стрелки, соединяющая южный полюс с северным, совпадала с направлением поля.

28.1. Вектор магнитной индукции

Рамкой с током можно воспользоваться также и для количественного описания магнитного поля. Так как рамка с током испытывает ориентирующее действие поля, то на нее в магнитном поле действует пара сил. Вращающий момент сил зависит как от свойств поля в данной точке, так и от свойств рамки и определяется формулой

$$\vec{M} = \left[\vec{p}_m \vec{B}\right], \qquad (28.1)$$

где $\vec{p}_m$ — вектор магнитного момента рамки с током; $\vec{B}$ — вектор магнитной индукция, количественная характеристика магнитного поля. Для плоского контура с током *I*

$$\vec{p}_m = IS\vec{n}, \qquad (28.2)$$

где *S* — площадь поверхности контура (рамки), $\vec{n}$ — единичный вектор нормали к поверхности рамки. Направление $\vec{p}_m$ совпадает, таким образом, с направлением положительной нормали.

Если в данную точку магнитного поля помещать рамки с различными магнитными моментами, то на них действуют различные вращающие моменты, однако отношение M_{max}/p_m (M_{max} — максимальный вращающий момент) для всех контуров одно и то же и поэтому может служить характеристикой магнитного поля, называемой магнитной индукцией:

$$B = M_{max}/p_m.$$

Магнитная индукция в данной точке однородного магнитного поля определяется максимальным вращающим моментом, действующим на рамку с магнитным моментом, равным единице, когда нормаль к рамке перпендикулярна направлению поля.

28.2. Графическое изображение магнитного поля

Так как магнитное поле является силовым, то его, по аналогии с электрическим, изображают с помощью линий магнитной индукции — линий, касательные к которым в каждой точке совпадают с направлением вектора $\vec{B}$. Их направление задается правилом правого винта: головка винта, ввинчиваемого по направлению тока, вращается в направлении линий магнитной индукции.

Линии магнитной индукции можно "проявить" с помощью железных опилок, намагничивающихся в исследуемом поле и ведущих себя подобно маленьким магнитным стрелкам. На рис. 43, а показаны линии магнитной индукции поля кругового тока, на рис. 43, б — линии магнитной индукции поля соленоида (соленоид — равномерно намотанная на цилиндрическую поверхность проволочная спираль, по которой течет электрический ток).

Линии магнитной индукции всегда замкнуты и охватывают проводники с током. Этим они отличаются от линий напряженности электростатического поля, которые являются разомкнутыми [начинаются на положительных зарядах и кончаются на отрицательных (см. §3)].

На рис. 44 изображены линии магнитной индукции полосового магнита; они выходят из северного полюса и входят в южный. Вначале казалось, что здесь наблюдается полная аналогия с линиями напряженности электростатического поля и полюсы магнитов играют роль магнитных "зарядов" (магнитных монополей). Опыты показали, что, разрезая магнит на части, его полюсы разделить нельзя, т. е. в отличие от электрических зарядов свободные магнитные "заряды" не существуют, поэтому линии магнитной индукции не могут обрываться на полюсах. В дальнейшем было установлено, что внутри полосовых магнитов имеется магнитное поле, аналогичное полю внутри соленоида, и линии магнитной индукции этого магнитного поля являются продолжением линий магнитной индукции вне магнита. Таким образом, линии магнитной индукции магнитного поля постоянных магнитов являются также замкнутыми.

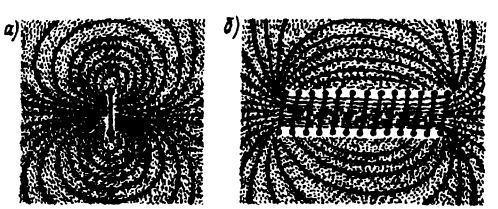


Рис. 43

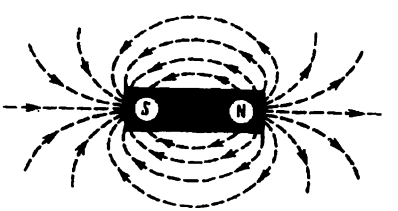


Рис. 44

28.3. Вектор напряженности магнитного поля

До сих пор мы рассматривали макроскопические токи, текущие в проводниках. Однако, согласно гипотезе французского физика А. Ампера (1775—1836), в любом теле существуют микроскопические токи, обусловленные движением электронов в атомах и молекулах. Эти микроскопические молекулярные токи создают свое магнитное поле и могут поворачиваться в магнитных полях макротоков. Например, если вблизи какого-то тела поместить проводник с током (макроток), то под действием его магнитного поля микротоки во всех атомах определенным образом ориентируются, создавая в теле дополнительное магнитное поле. Вектор магнитной индукции $\vec{B}$ характеризует результирующее магнитное поле, создаваемое всеми макро- и микротоками, т. е. при одном и том же токе и прочих равных условиях вектор $\vec{B}$ в различных средах будет иметь разные значения.

Магнитное поле макротоков описывается вектором напряженности $\vec{H}$. **Напряженность магнитного поля** – $\vec{H}$ силовая характеристика магнитного поля, не зависящая от магнитных свойств среды. В среде $\vec{H}$ определяет тот вклад в магнитную индукцию, который дают внешние источники поля. Для однородной изотропной среды вектор магнитной индукции связан с вектором напряженности следующим соотношением:

$$\vec{B} = \mu_0 \mu \vec{H}, \qquad (28.3)$$

где μ_0 — магнитная постоянная, μ — безразмерная величина — **магнитная проницаемость среды**, показывающая, во сколько раз магнитное поле макротоков $\vec{H}$ усиливается за счет поля микротоков среды.

Сравнивая векторные характеристики электростатического ($\vec{E}$ и $\vec{D}$) и магнитного ($\vec{B}$ и $\vec{H}$) полей, укажем, что аналогом вектора напряженности электростатического поля $\vec{E}$ является вектор магнитной индукции $\vec{B}$, так как векторы $\vec{E}$ и $\vec{B}$ определяют силовые действия этих полей и зависят от свойств среды. Аналогом вектора электрического смещения $\vec{D}$ является вектор напряженности $\vec{H}$ магнитного поля.

§ 29. Закон Био — Савара — Лапласа и его применение к расчету магнитного поля

Магнитное поле постоянных токов различной формы изучалось французскими учеными Ж. Био (1774—1862) и Ф. Саваром (1791—1841). Результаты этих опытов были обобщены выдающимся французским математиком и физиком П. Лапласом.

Закон Био — Савара — Лапласа для проводника с током I, элемент dl которого создает в некоторой точке A (рис. 45) индукцию поля dB, записывается в виде

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{\vec{I}\left[d\vec{l}, \vec{r}\right]}{r^3}, \qquad (29.1)$$

где $d\vec{l}$ — вектор, по модулю равный длине dl элемента проводника и совпадающий по направлению с током, $\vec{r}$ — радиус-вектор, проведенный из элемента dl проводника в точку A поля; r — модуль радиус-вектора $\vec{r}$. Направление $d\vec{B}$ перпендикулярно $d\vec{l}$ и $\vec{r}$, т. е. перпендикулярно плоскости, в которой они лежат, и совпадает с касательной к линии магнитной индукции. Это направление может быть найдено по правилу нахождения линий магнитной индукции (правилу правого винта): направление вращения головки винта дает направление $d\vec{B}$, если поступательное движение винта соответствует направлению тока в элементе.

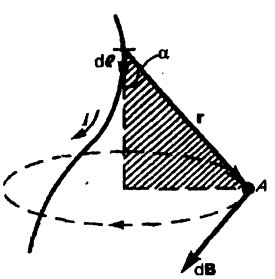


Рис. 45

Модуль вектора $d\vec{B}$ определяется выражением

$$dB = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{Idl \sin\alpha}{r^2}, \qquad (29.2)$$

где α — угол между векторами $d\vec{l}$ и $\vec{r}$.

Для магнитного поля, как и для электрического, справедлив принцип суперпозиции: магнитная индукция результирующего поля, создаваемого несколькими токами или движущимися зарядами, равна векторной сумме магнитных индукций складываемых полей, создаваемых каждым током или движущимся зарядом в отдельности:

$$\vec{B} = \sum_{i=1}^{n} \vec{B}_i . \qquad (29.3)$$

Расчет характеристик магнитного поля ($\vec{B}$ и $\vec{H}$) по приведенным формулам в общем случае сложен. Однако если распределение тока имеет определенную симметрию, то применение закона Био — Савара — Лапласа совместно с принципом суперпозиции позволяет просто рассчитать конкретные поля. Рассмотрим два примера.

29.1. Магнитное поле прямого тока

Магнитное поле прямого тока — поле тока, текущего по тонкому прямому проводу бесконечной длины (рис. 46). В произвольной точке А, удаленной от оси проводника на расстояние R, векторы $d\vec{B}$ от всех элементов тока имеют одинаковое направление, перпендикулярное плоскости чертежа ("к нам"). Поэтому сложение векторов $d\vec{B}$ можно заменить сложением их модулей. В качестве постоянной интегрирования выберем угол α (угол между векторами $d\vec{l}$ и $\vec{r}$), выразив через него все остальные величины. Из рис. 46 следует, что

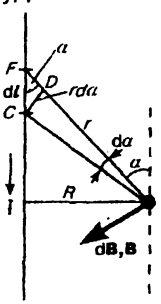


Рис. 46

$$r = \frac{R}{\sin\alpha}, \quad dl = \frac{rd\alpha}{\sin\alpha}$$

(радиус дуги CD вследствие малости $d\vec{l}$ равен r , и угол FDC по этой же причине можно считать прямым). Подставив эти выражения в формулу (29.2), получим, что магнитная индукция, создаваемая одним элементом проводника, равна

$$dB = \frac{\mu_0 \mu I}{4\pi R} \sin\alpha d\alpha . \qquad (29.4)$$

Так как угол α для всех элементов прямого тока изменяется в пределах от 0 до π , то, согласно формулам (29.3) и (29.4):

$$B = \int dB = \frac{\mu_0 \mu I}{4\pi R} \int_0^{\pi} \sin\alpha d\alpha = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{2I}{R} .$$

Следовательно, магнитная индукция поля прямого тока

$$B = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{2I}{R}. \qquad (29.5)$$

29.2. Магнитное поле в центре кругового проводника с током

Как следует из рисунка 47, все элементы кругового проводника с током создают в центре магнитные поля одинакового направления — вдоль нормали от витка. Поэтому сложение векторов $d\vec{B}$ можно заменить сложением их модулей. Так как все элементы проводника перпендикулярны радиусу-вектору ($\sin\alpha = 1$) и расстояние всех элементов проводника до центра кругового тока одинаково и равно R, то согласно формуле (29.2)

$$dB = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{I}{R^2} dl.$$

Тогда

$$B = \int dB = \frac{\mu_0 \mu I}{4\pi R^2} \int dl = \frac{\mu_0 \mu I}{4\pi R^2} 2\pi R = \mu_0 \mu \frac{I}{2R}.$$

Следовательно, магнитная индукция поля в центре кругового проводника с током

$$B = \mu_0 \mu \frac{I}{2R}.$$

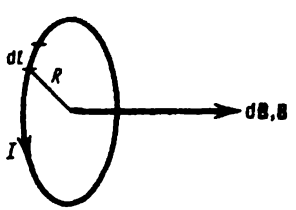


Рис. 47

§ 30. Закон Ампера

Магнитное поле (см. § 28) оказывает на рамку с током ориентирующее действие. Следовательно, вращающий момент, испытываемый рамкой, есть результат действия сил на отдельные ее элементы. Обобщая результаты исследования действия магнитного поля на различные проводники с током, Ампер установил, что сила $d\vec{F}$, с которой магнитное поле действует на элемент проводника dl с током, находящегося в магнитном поле, равна

$$d\vec{F} = I\left[d\vec{l}, \vec{B}\right], \qquad (30.1)$$

где $d\vec{l}$ — вектор, по модулю равный dl и совпадающий по направлению с током, $\vec{B}$ — вектор магнитной индукции.

Выражение (30.1) носит название **закона Ампера**.

Направление вектора $d\vec{F}$ может быть найдено, согласно формуле (30.1), по общим правилам векторного произведения, откуда следует правило левой руки: если ладонь левой руки расположить так, чтобы в нее входил вектор $\vec{B}$, а четыре вытянутых пальца расположить по направлению тока в проводнике, то отогнутый большой палец покажет направление силы, действующей на ток.

Модуль силы Ампера [см. формулу (30.1)] вычисляется по формуле

$$dF = IBdl\sin\alpha, \qquad (30.2)$$

где α — угол между векторами $d\vec{l}$ и $\vec{B}$.

30.1. Взаимодействие параллельных токов

Закон Ампера применяется для определения силы взаимодействия двух токов. Рассмотрим два бесконечных прямолинейных параллельных тока I_1 и I_2 (направления токов указаны на рис. 48), расстояние между которыми равно R. Каждый из проводников создает магнитное поле, которое действует по закону Ампера на другой проводник с током. Рассмотрим, с какой силой действует магнитное поле тока I_1 на элемент

dl второго проводника с током I_2. Ток I_1 создает вокруг себя магнитное поле, линии магнитной индукции которого представляют собой концентрические окружности. Направление вектора $\vec{B}_1$ определяется правилом правого винта, его модуль по формуле (29.5) равен

$$B_1 = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{2I_1}{R}.$$

Направление силы $d\vec{F}_1$, с которой поле $\vec{B}_1$ действует на участок dl второго тока, определяется по правилу левой руки и указано на рисунке 48. Модуль силы, согласно формуле (30.2), с учетом того, что угол α между элементами тока I_2 и вектором $\vec{B}_1$ прямой, равен

$$dF_1 = I_2 B_1 dl;$$

подставляя значение для B_1, получим

$$dF_1 = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{2I_1 I_2}{R} dl. \qquad (30.3)$$

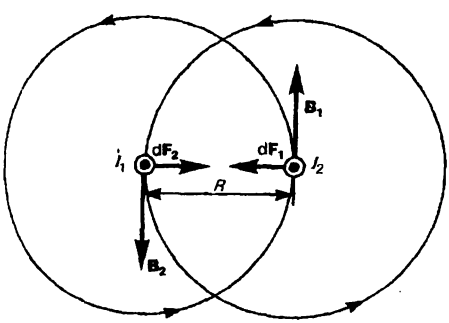


Рис. 48

Рассуждая аналогично, можно показать, что сила $d\vec{F}_2$, с которой магнитное поле тока I_2 действует на элемент dl первого проводника с

током I_1, направлена в противоположную сторону и по модулю равна

$$dF_2 = I_1 B_2 dl = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \cdot \frac{2I_1 I_2}{R} dl \,. \qquad (30.4)$$

Сравнение выражений (30.3) и (30.4) показывает, что

$$d\vec{F}_1 = d\vec{F}_2 ,$$

т. е. два параллельных тока одинакового направления притягиваются друг к другу с силой

$$d\vec{F} = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{2\vec{I}_1 \vec{I}_2}{R} dl \,. \qquad (30.5)$$

Если токи имеют противоположные направления, то, используя правило левой руки, можно показать, что между ними действует сила отталкивания, определяемая формулой (30.5).

30.2. Магнитная постоянная. Единицы магнитной индукции и напряженности магнитного поля

Если два параллельных проводника с током находятся в вакууме (μ=1), то сила взаимодействия на единицу длины проводника, согласно формуле (30.5), равна

$$\frac{dF}{dl} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2I_1 I_2}{R} \,. \qquad (30.6)$$

Для нахождения числового значения μ_0 воспользуемся определением ампера, согласно которому $\frac{dF}{dl}$=2·10^{-7} Н/м при I_1= I_2= =1 А и R = 1 м. Подставив это значение в формулу (30.6), получим $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Н/А^2.

Закон Ампера позволяет определить единицу магнитной индукции B. Предположим, что элемент проводника dl с током I перпендикулярен направлению магнитного поля. Тогда закон Ампера [см. формулу (30.2)]

запишется в виде $dF = IBdl$, откуда

$$B = \frac{1}{I}\frac{dF}{dl}.$$

Единица магнитной индукции — тесла (Тл): 1 Тл — магнитная индукция такого однородного магнитного поля, которое действует с силой 1 Н на каждый метр длины прямолинейного проводника, расположенного перпендикулярно направлению поля, если по этому проводнику проходит ток 1 А: 1 Тл=1 Н/(А м). Так как $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Н/А^2, а в случае вакуума ($\mu = 1$), согласно формуле (28.3), $B = \mu_0 H$, то для данного случая $H = B/\mu_0$.

Единица напряженности магнитного поля — ампер на метр (А/м): 1 А/м — напряженность такого поля, магнитная индукция которого в вакууме равна $4\pi \cdot 10^{-7}$ Тл.

§ 31. Магнитное поле движущегося заряда

Каждый проводник с током создает в окружающем пространстве магнитное поле. Электрический же ток представляет собой упорядоченное движение электрических зарядов. Поэтому можно сказать, что любой движущийся в вакууме или среде заряд создает вокруг себя магнитное поле. В результате обобщения опытных данных был установлен закон, определяющий поле $\vec{B}$ точечного заряда Q, свободно движущегося с нерелятивистской скоростью $\vec{\upsilon}$. Под свободным движением заряда понимается его движение с постоянной скоростью. Этот закон выражается формулой

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi}\frac{Q[\vec{\upsilon}\vec{r}]}{r^3}, \qquad (31.1)$$

где $\vec{r}$ — радиус-вектор, проведенный от заряда Q к точке наблюдения M (рис. 49). Согласно выражению (31.1), вектор $\vec{B}$ направлен перпендикулярно плоскости, в которой расположены векторы $\vec{\upsilon}$ и $\vec{r}$, а именно: его направление совпадает с направлением поступательного

движения правого винта при его вращении от $\vec{\upsilon}$ к $\vec{r}$. Модуль магнитной индукции (31.1) вычисляется по формуле

$$B = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{Q\upsilon}{r^2} \sin\alpha, \qquad (31.2)$$

где α — угол между векторами $\vec{\upsilon}$ и $\vec{r}$.

Сравнивая выражения (29.1) и (31.1), видим, что движущийся заряд по своим магнитным свойствам эквивалентен элементу тока:

$$Idl = Q\vec{\upsilon}.$$

Приведенные закономерности [см. формулы (31.1) и (31.2)] справедливы лишь при малых скоростях ($\upsilon \ll c$) движущихся зарядов, когда электрическое поле свободно движущегося заряда можно считать электростатическим, т. е. создаваемым неподвижным зарядом, находящимся в той точке, где в данный момент времени расположен движущийся заряд.

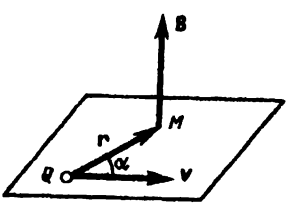


Рис. 49

Формула (31.1) определяет магнитную индукцию положительного заряда, движущегося со скоростью $\vec{\upsilon}$. Если движется отрицательный заряд, то Q, надо заменить на $-Q$. Скорость $\vec{\upsilon}$ — относительная скорость, т. е. скорость относительно наблюдателя. Вектор $\vec{B}$ в рассматриваемой системе отсчета зависит как от времени, так и от положения точки М наблюдения. Поэтому следует подчеркнуть относительный характер магнитного поля движущегося заряда.

Впервые поле движущегося заряда удалось обнаружить американскому физику Г. Роуланду (1848—1901). Окончательно этот факт был установлен профессором Московского университета им. М.В. Ломоносова А.А. Эйхенвальдом (1863—1944), изучившим магнитное поле конвекционного тока, а также магнитное поле связанных зарядов поляризованного диэлектрика. Магнитное поле свободно движущихся зарядов было измерено академиком А. Ф. Иоффе, доказавшим эквивалентность, в смысле возбуждения магнитного поля, электронного пучка и тока проводимости.

§ 32. Действие магнитного поля на движущийся заряд

32.1. Сила Лоренца

Опыт показывает, что магнитное поле действует не только на проводники с током (см. § 31), но и на отдельные заряды, движущиеся в магнитном поле. **Сила Лоренца** – сила, действующая на электрический заряд Q, движущийся в магнитном поле со скоростью $\vec{\upsilon}$, выражается формулой

$$\vec{F} = Q\left[\vec{\upsilon}\vec{B}\right], \qquad (32.1)$$

где $\vec{B}$ — индукция магнитного поля, в котором заряд движется.

Направление силы Лоренца определяется с помощью правила левой руки: если ладонь левой руки расположить так, чтобы в нее входил вектор $\vec{B}$, а четыре вытянутых пальца направить вдоль вектора $\vec{\upsilon}$ (для $Q > 0$ направления I и $\vec{\upsilon}$ совпадают, для $Q < 0$ — противоположны), то отогнутый большой палец покажет направление силы, действующей на положительный заряд. На рис. 50 показана взаимная ориентация векторов $\vec{\upsilon}$, $\vec{B}$ (поле направлено к нам, на рисунке показано точками) и $\vec{F}$ для положительного заряда. На отрицательный заряд сила действует в противоположном направлении. Модуль силы Лоренца [см. формулу (32.1)] равен $F = Q\upsilon B\sin\alpha$, где α — угол между $\vec{\upsilon}$ и $\vec{B}$.

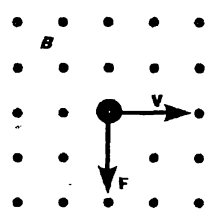


Рис. 50

Отметим еще раз (см. § 28), что магнитное поле не действует на неподвижный электрический заряд. В этом существенное отличие магнитного поля от электрического. Магнитное поле действует только на движущиеся в нем заряды.

Так как по действию силы Лоренца можно найти модуль и направление вектора $\vec{B}$, то выражение для силы Лоренца может быть использовано (наравне с другими, см. § 28) для определения вектора магнитной индукции $\vec{B}$.

Сила Лоренца всегда перпендикулярна скорости движения заряженной частицы, поэтому она изменяет только направление этой скорости, не изменяя ее модуля. Следовательно, сила Лоренца работы

не совершает. Иными словами, постоянное магнитное поле не совершает работы над движущейся в нем заряженной частицей, и кинетическая энергия этой частицы при движении в магнитном поле не изменяется.

Если на движущийся электрический заряд, помимо магнитного поля с индукцией $\vec{B}$, действует и электрическое поле с напряженностью $\vec{E}$, то результирующая сила $\vec{F}$, приложенная к заряду, равна векторной сумме сил — силы, действующей со стороны электрического поля, и силы Лоренца:

$$\vec{F} = Q\vec{E} + Q\left[\vec{\upsilon}\vec{B}\right].$$

Это выражение называется формулой Лоренца. Скорость $\vec{\upsilon}$ в этой формуле есть скорость заряда относительно магнитного поля.

32.2. Движение заряженных частиц в магнитном поле

Выражение для силы Лоренца (п. 32.1) позволяет найти ряд закономерностей движения заряженных частиц в магнитном поле. Направление силы Лоренца и направление вызываемого ею отклонения заряженной частицы в магнитном поле зависят от знака заряда Q частицы. На этом основано определение знака заряда частиц, движущихся в магнитных полях.

Для вывода общих закономерностей будем считать, что магнитное поле однородно и на частицы электрические поля не действуют. Если заряженная частица движется в магнитном поле со скоростью $\vec{\upsilon}$ вдоль линий магнитной индукции, то угол α между векторами $\vec{\upsilon}$ и $\vec{B}$ равен 0 или π. Тогда по формуле (32.1) сила Лоренца равна нулю, т.е. магнитное поле на частицу не действует, и она движется равномерно и прямолинейно.

Если заряженная частица движется в магнитном поле со скоростью $\vec{\upsilon}$, перпендикулярной вектору $\vec{B}$, то сила Лоренца $\vec{F} = Q\left[\vec{\upsilon}\vec{B}\right]$ постоянна по модулю и нормальна к траектории частицы. Согласно второму закону Ньютона, эта сила создает центростремительное ускорение. Отсюда следует, что частица будет двигаться по окружности, радиус r которой определяется из условия $Q\upsilon B = m\upsilon^2/2$, откуда

$$r = \frac{m\upsilon}{QB}. \qquad (32.2)$$

Период вращения частицы, т.е. время T, за которое она совершает один полный оборот:

$$T = \frac{2\pi r}{\upsilon}.$$

Подставив сюда выражение (32.2), получим

$$T = \frac{2\pi}{B}\frac{m}{Q}, \qquad (32.3)$$

т. е. период вращения частицы в однородном магнитном поле определяется только величиной, обратной удельному заряду (Q/m) частицы, и магнитной индукцией поля, но не зависит от ее скорости (при υ c). На этом основано действие циклических ускорителей заряженных частиц.

Если скорость $\vec{\upsilon}$ заряженной частицы направлена под углом α к вектору $\vec{B}$ (рис. 51), то ее движение можно представить в виде суперпозиции: 1) равномерного прямолинейного движения вдоль поля со скоростью $\upsilon_{\parallel} = \upsilon\cos\alpha$; 2) равномерного движения со скоростью $\upsilon_{\perp} = \upsilon\sin\alpha$ по окружности в плоскости, перпендикулярной полю. Радиус окружности определяется формулой (32.2) (в данном случае надо заменить $\vec{\upsilon}$ на $\upsilon_{\perp} = \upsilon\sin\alpha$). В результате сложения обоих движений возникает движение по спирали, ось которой параллельна магнитному полю (см. рис. 51). Шаг винтовой линии $h = \upsilon_{\parallel}T = \upsilon T\cos\alpha$. Подставив в последнее выражение формулу (32.3), получим $h = 2\pi m\upsilon\cos\alpha/(BQ)$. Направление, в котором закручивается спираль, зависит от знака заряда частицы.

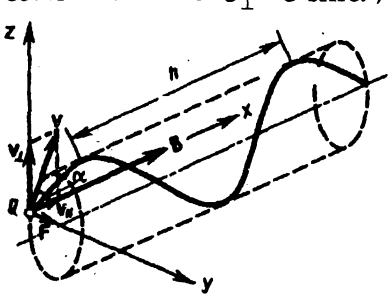


Рис. 51

Если скорость $\vec{\upsilon}$ заряженной частицы составляет угол α с направлением вектора $\vec{B}$ неоднородного магнитного поля, индукция которого возрастает в направлении движения частицы, то r и h уменьшаются с ростом $\vec{B}$. На этом основана фокусировка заряженных частиц в магнитном поле.

§ 33. Ускорители заряженных частиц

Ускорителями заряженных частиц называются устройства, в которых под действием электрических и магнитных полей создаются и управляются пучки высокоэнергетичных заряженных частиц (электронов, протонов, мезонов и т. д.).

Любой ускоритель характеризуется типом ускоряемых частиц, энергией, сообщаемой частицам, разбросом частиц по энергиям и интенсивностью пучка. Ускорители делятся на непрерывные (из них выходит равномерный по времени пучок) и импульсные (из них частицы вылетают порциями — импульсами). Последние характеризуются длительностью импульса. По форме траектории и механизму ускорения частиц ускорители делятся на линейные, циклические и индукционные. В линейных ускорителях траектории движения частиц близки к прямым линиям, в циклических и индукционных — траекториями частиц являются окружности или спирали.

Рассмотрим некоторые типы ускорителей заряженных частиц.

1. *Линейный ускоритель*. Ускорение частиц осуществляется электростатическим полем, создаваемым, например, высоковольтным генератором Ван-де-Граафа (см. § 11). Заряженная частица проходит поле однократно: заряд Q, проходя разность потенциалов $\varphi_1 - \varphi_2$, приобретает энергию $W = Q(\varphi_1 - \varphi_2)$. Таким способом частицы ускоряются до ≈ 10 МэВ. Их дальнейшее ускорение с помощью источников постоянного напряжения невозможно из-за утечки зарядов, пробоев и т. д.

2. *Линейный резонансный ускоритель*. Ускорение заряженных частиц осуществляется переменным электрическим полем сверхвысокой частоты, синхронно изменяющимся с движением частиц. Таким способом протоны ускоряются до энергий порядка десятков мегаэлектрон-вольт, электроны — до десятков гигаэлектрон-вольт.

3. *Циклотрон* — циклический резонансный ускоритель тяжелых частиц (протонов, ионов). Его принципиальная схема приведена на

рис. 52. Между полюсами сильного электромагнита помещается вакуумная камера, в которой находятся два электрода (1 и 2) в виде полых металлических полуцилиндров, или дуантов. К дуантам приложено переменное электрическое поле. Магнитное поле, создаваемое электромагнитом, однородно и перпендикулярно плоскости дуантов.

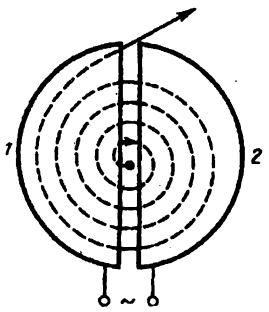


Рис. 52

Если заряженную частицу ввести в центр зазора между дуантами, то она, ускоряемая электрическим и отклоняемая магнитным полями, войдя в дуант 1, опишет полуокружность, радиус которой пропорционален скорости частицы [см. формулу (32.3)]. К моменту ее выхода из дуанта 1 полярность напряжения изменяется (при соответствующем подборе изменения напряжения между дуантами), поэтому частица вновь ускоряется и, переходя в дуант 2, описывает там уже полуокружность большего радиуса и т. д.

Для непрерывного ускорения частицы в циклотроне необходимо выполнить условие синхронности (условие "резонанса") — периоды вращения частицы в магнитном поле и колебаний электрического поля должны быть равны. При выполнении этого условия частица будет двигаться по раскручивающейся спирали, получая при каждом прохождении через зазор дополнительную энергию. На последнем витке, когда энергия частиц и радиус орбиты доведены до максимально допустимых значений, пучок частиц посредством отклоняющего электрического поля выводится из циклотрона.

Циклотроны позволяют ускорять протоны до энергий примерно 20 МэВ. Дальнейшее их ускорение в циклотроне ограничивается релятивистским возрастанием массы при увеличении скорости, что приводит к изменению периода обращения [по формуле (32.2) он пропорционален массе], и синхронность нарушается. Поэтому циклотрон совершенно неприменим для ускорения электронов (при E = 0,5 МэВ $m = 2m_0$, при E = 10 МэВ $m = 28\ m_0$).

Ускорение релятивистских частиц в циклических ускорителях можно, однако, осуществить, если применять предложенный в 1944 г. русским физиком В. И. Векслером (1907—1966) и в 1945 г. американским физиком Э. Мак-Милланом (р. 1907) принцип автофазировки. Его идея заключается в том, что для компенсации увеличения периода вращения частиц, ведущего к нарушению синхронности, изменяют либо частоту ускоряющего электрического, либо индукцию магнитного полей, либо то и другое. Принцип автофазировки используется в фазотроне, синхротроне и синхрофазотроне.

4. *Фазотрон (синхроциклотрон)* — циклический резонансный ускоритель тяжелых заряженных частиц (например, протонов, ионов, α-частиц), в котором управляющее магнитное поле постоянно, а частота ускоряющего электрического поля медленно изменяется с периодом. Движение частиц в фазотроне, как и в циклотроне, происходит по раскручивающейся спирали. Частицы в фазотроне ускоряются до энергий, примерно равных 1 ГэВ (ограничения здесь определяются размерами фазотрона, так как с ростом скорости частиц растет радиус их орбиты).

5. *Синхротрон* — циклический резонансный ускоритель ультрарелятивистских электронов, в котором управляющее магнитное поле изменяется во времени, а частота ускоряющего электрического поля постоянна. Электроны в синхротроне ускоряются до энергий 5—10 ГэВ.

6. *Синхрофазотрон* — циклический резонансный ускоритель тяжелых заряженных частиц (протонов, ионов), в котором объединяются свойства фазотрона и синхротрона, т. е. управляющее магнитное поле и частота ускоряющего электрического поля одновременно изменяются во времени так, чтобы радиус равновесной орбиты частиц оставался постоянным. Протоны ускоряются в синхрофазотроне до энергий 500 ГэВ.

7. *Бетатрон* — циклический индукционный ускоритель электронов, в котором ускорение осуществляется вихревым электрическим полем, индуцируемым переменным магнитным полем, удерживающим электроны на круговой орбите. В бетатроне в отличие от рассмотренных выше ускорителей не существует проблемы синхронизации. Электроны в бетатроне ускоряются до энергий 100 МэВ. При $W > 100$ МэВ режим ускорения в бетатроне нарушается электромагнитным излучением электронов. Особенно распространены бетатроны на энергии 20—50 МэВ.

§ 34. Эффект Холла

Эффект Холла (1879) [Э. Холл (1855—1938) — американский физик] — это возникновение в металле (или полупроводнике) с током плотностью $\vec{j}$, помещенном в магнитное поле $\vec{B}$, электрического поля в направлении, перпендикулярном $\vec{B}$ и $\vec{j}$.

Поместим металлическую пластинку с током плотностью $\vec{j}$ в

магнитное поле $\vec{B}$, перпендикулярное $\vec{j}$ (рис. 53). При данном направлении j скорость носителей тока в металле — электронов — направлена справа налево. Электроны испытывают действие силы Лоренца (см. § 32), которая в данном случае направлена вверх. Таким образом, у верхнего края пластинки возникнет повышенная концентрация электронов (он зарядится отрицательно), а у нижнего — их недостаток (зарядится положительно). В результате этого между краями пластинки возникнет дополнительное поперечное электрическое поле, направленное снизу вверх. Когда напряженность E_B этого поперечного поля достигнет такой величины, что его действие на заряды будет уравновешивать силу Лоренца, то установится стационарное распределение зарядов в поперечном направлении. Тогда

$$eE_B = e\Delta\varphi / a = e\upsilon B, \text{ или } \Delta\varphi = \upsilon Ba,$$

где a — ширина пластинки, $\Delta\varphi$ — поперечная (холловская) разность потенциалов.

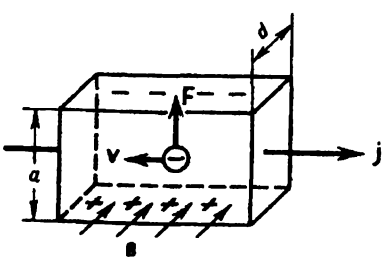


Рис. 53

Учитывая, что сила тока $I = jS = nevS$ (S — площадь поперечного сечения пластинки толщиной a, n — концентрация электронов, υ — средняя скорость упорядоченного движения электронов), получим

$$\Delta\varphi = \frac{I}{nead} Ba = \frac{1}{en} \frac{IB}{d} = R\frac{IB}{d}, \qquad (34.1)$$

т. е. холловская поперечная разность потенциалов прямо пропорциональна магнитной индукции B, силе тока I и обратно пропорциональна толщине пластинки d. В формуле (34.1) $R = 1/(en)$ —

постоянная Холла, зависящая от вещества. По измеренному значению постоянной Холла можно:

- определить концентрацию носителей тока в проводнике (при известных характере проводимости и заряде носителей);
- судить о природе проводимости полупроводников, так как знак постоянной Холла совпадает со знаком заряда носителей тока.

Эффект Холла — наиболее эффективный метод изучения энергетического спектра носителей тока в металлах и полупроводниках. Он применяется также для умножения постоянных токов в аналоговых вычислительных машинах, в измерительной технике (датчики Холла) и т. д.

§ 35. Циркуляция вектора $\vec{B}$ магнитного поля в вакууме

Аналогично циркуляции вектора напряженности электростатического поля (см. § 3.3) введем циркуляцию вектора магнитной индукции. Циркуляцией вектора $\vec{B}$ по заданному замкнутому контуру называется интеграл

$$\int_L \vec{B} d\vec{l} = \int_L B_l dl,$$

где $d\vec{l}$ — вектор элементарной длины контура, направленной вдоль обхода контура, $Bi = B\cos\alpha$ — составляющая вектора $\vec{B}$ в направлении касательной к контуру (с учетом выбранного направления обхода), α — угол между векторами $\vec{B}$ и $d\vec{l}$.

Закон полного тока для магнитного поля в вакууме (теорема о циркуляции вектора $\vec{B}$): циркуляция вектора $\vec{B}$ по произвольному замкнутому контуру равна произведению магнитной постоянной μ_0 на алгебраическую сумму токов, охватываемых этим контуром:

$$\int_L \vec{B} d\vec{l} = \int_L B_l dl = \mu_0 \sum_{k=1}^{n} I_k, \qquad (35.1)$$

где n — число проводников с токами, охватываемых контуром L произвольной формы. Каждый ток учитывается столько раз, сколько раз

он охватывается контуром. Положительным считается ток, направление которого образует с направлением обхода по контуру правовинтовую систему; ток противоположного направления считается отрицательным. Например, для системы токов, изображенных на рис. 54:

$$\sum_{k=1}^{n} I_k = I_1 + 2I_2 - 0 \cdot I_3 - I_4.$$

Выражение (35.1) справедливо только для поля в вакууме, поскольку, как будет показано ниже, для поля в веществе необходимо учитывать молекулярные токи.

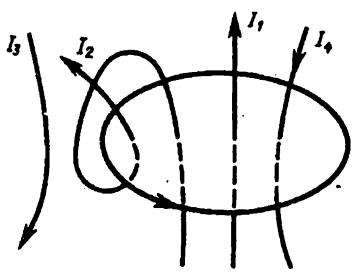


Рис. 54

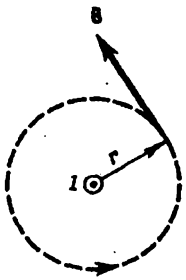


Рис. 55

Продемонстрируем справедливость теоремы о циркуляции вектора $\vec{B}$ на примере магнитного поля прямого тока I, перпендикулярного плоскости чертежа и направленного к вам (рис. 55). Представим себе замкнутый контур в виде окружности радиуса r. В каждой точке этого контура вектор $\vec{B}$ одинаков по модулю и направлен по касательной к окружности (она является и линией магнитной индукции). Следовательно, циркуляция вектора $\vec{B}$ равна

$$\int_L B_l dl = \int_L B dl = B \int_L dl = B \cdot 2\pi r$$

Согласно выражению (35.1), получим $B \cdot 2\pi r = \mu_0 I$ (в вакууме), откуда $B = \mu_0 I / (2\pi r)$. Таким образом, исходя из теоремы о циркуляции вектора $\vec{B}$, получили выражение для магнитной индукции поля прямого тока,

выведенное выше [см. формулу (29.5)].

Сравнивая выражения (3.3) и (35.1) для циркуляции векторов $\vec{E}$ и $\vec{B}$, видим, что между ними существует принципиальное различие. Циркуляция вектора $\vec{E}$ электростатического поля всегда равна нулю, т.е. электростатическое поле является потенциальным. Циркуляция вектора $\vec{B}$ магнитного поля не равна нулю. Такое поле называется вихревым.

Теорема о циркуляции вектора $\vec{B}$ имеет в учении о магнитном поле такое же значение, как теорема Гаусса в электростатике, так как позволяет находить магнитную индукцию поля без применения закона Био — Савара — Лапласа.

§ 36. Магнитные поля соленоида и тороида

Рассчитаем, применяя теорему о циркуляции, индукцию магнитного поля внутри соленоида. Рассмотрим соленоид длиной l, имеющий N витков, по которому течет ток (рис. 56). Длину соленоида считаем во много раз больше, чем диаметр его витков, т. е. рассматриваемый соленоид бесконечно длинный. Экспериментальное изучение магнитного поля соленоида (см. рис. 43, б) показывает, что внутри соленоида поле является однородным, вне соленоида — неоднородным и очень слабым.

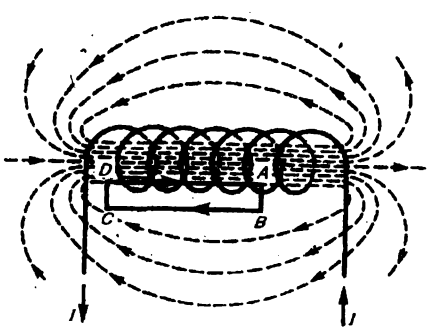


Рис. 56

На рис. 56 представлены линии магнитной индукции внутри и вне соленоида. Чем соленоид длиннее, тем меньше магнитная индукция вне

его. Поэтому приближенно можно считать, что поле бесконечно длинного соленоида сосредоточено целиком внутри него, а полем вне соленоида можно пренебречь.

Для нахождения магнитной индукции B выберем замкнутый прямоугольный контур ABCDA, как показано на рис. 56. Циркуляция вектора $\vec{B}$ по замкнутому контуру ABCDA, охватывающему все N витков, согласно формуле (34.1), равна

$$\int_{ABCDA} B_l dl = \mu_0 NI .$$

Интеграл по ABCDA можно представить в виде четырех интегралов: по AB, BC, CD и DA. На участках AB и CD контур перпендикулярен линиям магнитной индукции и B=0. На участке вне соленоида B=0. На участке DA циркуляция вектора $\vec{B}$ равна Bl (контур совпадает с линией магнитной индукции); следовательно:

$$\int_{DA} B_l dl = Bl = \mu_0 NI . \qquad (36.1)$$

Из формулы (36.1) приходим к выражению для магнитной индукции поля внутри соленоида (в вакууме)

$$B = \mu_0 NI / l . \qquad (36.2)$$

Из выражения (36.2) следует, что поле внутри соленоида однородно (краевыми эффектами в областях, прилегающих к торцам соленоида, при расчетах пренебрегают). Однако отметим, что вывод этой формулы не совсем корректен (линии магнитной индукции замкнуты, и интеграл по внешнему участку магнитного поля строго нулю не равен). Корректно рассчитать поле внутри соленоида можно, применяя закон Био — Савара — Лапласа; в результате получается та же формула (36.2).

Важное значение для практики имеет также магнитное поле тороида — кольцевой катушки, витки которой намотаны на сердечник, имеющий форму тора (рис. 57). Магнитное поле, как показывает опыт, сосредоточено внутри тороида, вне его поле отсутствует.

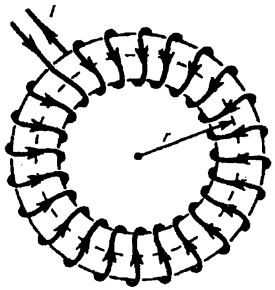


Рис. 57

Линии магнитной индукции в данном случае, как следует из соображений симметрии, есть окружности, центры которых расположены по оси тороида. В качестве контура выберем одну такую окружность радиуса *r*. Тогда, по теореме о циркуляции (34.1), $B \cdot 2\pi r = \mu_0 NI$, откуда следует, что магнитная индукция внутри тороида (в вакууме)

$$B = \mu_0 NI / 2\pi r,$$

где *N* — число витков тороида.

Если контур проходит вне тороида, то токов он не охватывает и $B \cdot 2\pi r = 0$. Это означает, что поле вне тороида отсутствует (что показывает и опыт).

§ 37. Магнитный поток. Теорема Гаусса для поля $\vec{B}$

Магнитный поток – поток вектора магнитной индукции через какую-либо поверхность. Потоком вектора магнитной индукции (магнитным потоком) через площадку *dS* называется скалярная физическая величина, равная

$$d\Phi_B = \vec{B} d\vec{S} = B_n dS, \qquad (37.1)$$

где $B_n = B\cos\alpha$ — проекция вектора $\vec{B}$ на направление нормали к

площадке dS (α — угол между векторами $\vec{n}$ и $\vec{B}$), $d\vec{S} = dS\vec{n}$ — вектор, модуль которого равен dS, а направление его совпадает с направлением нормали $\vec{n}$ к площадке. Поток вектора $\vec{B}$ может быть как положительным, так и отрицательным в зависимости от знака $\cos\alpha$ (определяется выбором положительного направления нормали $\vec{n}$).

Поток вектора $\vec{B}$ связывают с контуром, по которому течет ток. В таком случае положительное направление нормали к контуру нами уже определено (см. § 109): оно связывается с током правилом правого винта. Таким образом, магнитный поток, создаваемый контуром через поверхность, ограниченную им самим, всегда положителен.

Поток вектора магнитной индукции Φ_B через произвольную поверхность S равен

$$\Phi_B = \int_S \vec{B} d\vec{S} = \int_S B_n dS. \qquad (37.2)$$

Для однородного поля и плоской поверхности, расположенной перпендикулярно вектору $\vec{B}$, $B_n = B = \text{const}$ и $\Phi_B = BS$.

Из этой формулы определяется единица магнитного потока вебер (Вб): 1 Вб — магнитный поток, проходящий сквозь плоскую поверхность площадью 1 м^2, расположенную перпендикулярно однородному магнитному полю, индукция которого равна 1 Тл (1 Вб = 1 Тл·м^2).

Теорема Гаусса для поля $\vec{B}$: поток вектора магнитной индукции сквозь любую замкнутую поверхность равен нулю:

$$\int_S \vec{B} d\vec{S} = \int_S B_n dS = 0. \qquad (37.3)$$

Эта теорема отражает факт отсутствия магнитных зарядов, вследствие чего линии магнитной индукции не имеют ни начала, ни конца и являются замкнутыми.

Итак, для потоков векторов $\vec{B}$ и $\vec{E}$ сквозь замкнутую поверхность в вихревом и потенциальном полях получаются различные выражения [см. формулы (37.3), (5.2)].

В качестве примера рассчитаем поток вектора $\vec{B}$ сквозь соленоид.

Магнитная индукция однородного поля внутри соленоида с сердечником с магнитной проницаемостью μ, согласно формуле (36.2), равна

$$B = \mu_0 \mu NI / l .$$

Магнитный поток сквозь один виток соленоида площадью S равен $\Phi_1 = BS$, а полный магнитный поток, сцепленный со всеми витками соленоида и называемый потокосцеплением

$$\Psi = \Phi_1 N = NBS = \mu_0 \mu \frac{N^2 I}{l} S . \qquad (37.4)$$

§ 38. Работа по перемещению проводника и контура с током в магнитном поле

На проводник с током в магнитном поле действуют силы, определяемые законом Ампера (см. § 30.2). Если проводник не закреплен (например, одна из сторон контура изготовлена в виде подвижной перемычки, рис. 58), то под действием силы Ампера он будет в магнитном поле перемещаться. Следовательно, магнитное поле совершает работу по перемещению проводника с током.

Для определения этой работы рассмотрим проводник длиной l с током I (он может свободно перемещаться), помещенный в однородное внешнее магнитное поле, перпендикулярное плоскости контура. Сила, направление которой определяется по правилу левой руки, а значение — по закону Ампера [см. формулу (30.2)], равна

$$F = IBl .$$

Под действием этой силы проводник переместится параллельно самому себе на отрезок dx из положения 1 в положение 2. Работа, совершаемая магнитным полем, равна

$$dA = Fdx = IBldx = IBdS = Id\Phi ,$$

так как $l\,dx = dS$ — площадь, пересекаемая проводником при его перемещении в магнитном поле, $BdS = d\Phi$ — поток вектора магнитной

индукции, пронизывающий эту площадь. Таким образом,

$$dA = Id\Phi, \tag{38.1}$$

т. е. работа по перемещению проводника с током в магнитном поле равна произведению силы тока на магнитный поток, пересеченный движущимся проводником. Полученная формула справедлива и для произвольного направления вектора $\vec{B}$.

Вычислим работу по перемещению замкнутого контура с постоянным током I в магнитном поле. Предположим, что контур M перемещается в плоскости чертежа и в результате бесконечно малого перемещения займет положение M', изображенное на рис. 59 штриховой линией. Направление тока в контуре (по часовой стрелке) и магнитного поля (перпендикулярно плоскости чертежа — за чертеж) указано на рисунке. Контур M мысленно разобьем на два соединенных своими концами проводника: ABC и CDA.

Работа dA, совершаемая силами Ампера при рассматриваемом перемещении контура в магнитном поле, равна алгебраической сумме работ по перемещению проводников ABC (dA_1) и CDA (dA_2), т. е.

$$dA = dA_1 + dA_2. \tag{38.2}$$

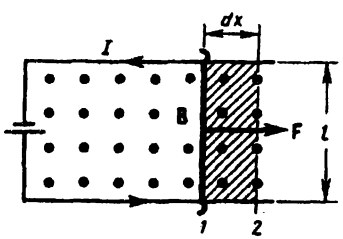


Рис. 58

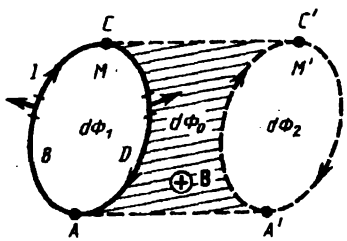


Рис. 59

Силы, приложенные к участку CDA контура, образуют с направлением перемещения острые углы, поэтому совершаемая ими работа $dA_2 > 0$. Согласно выражению (38.1), эта работа равна произведению силы тока I в контуре на пересеченный проводником CDA магнитный поток. Проводник CDA пересекает при своем движении поток $d\Phi_0$ сквозь заштрихованную поверхность, и поток $d\Phi_2$, пронизывающий контур в его конечном положении. Следовательно:

$$dA_2 = I(d\Phi_0 + d\Phi_2). \tag{38.3}$$

Силы, действующие на участок ABC контура, образуют с

направлением перемещения тупые углы, поэтому совершаемая ими работа $dA_1 < 0$. Проводник ABC пересекает при своем движении поток $d\Phi_0$ сквозь заштрихованную поверхность, и поток $d\Phi_1$: пронизывающий контур в начальном положении. Следовательно:

$$dA_1 = -I\,(d\Phi_0 + d\Phi_1). \qquad (38.4)$$

Подставляя выражение (38.3) и (38.4) в формулу (38.2), получим выражение для элементарной работы:

$$dA = I\,(d\Phi_2 - d\Phi_1),$$

где $d\Phi_2 - d\Phi_1 = d\Phi'$—изменение магнитного потока сквозь площадь, ограниченную контуром с током. Таким образом:

$$dA = I\,d\Phi'. \qquad (38.5)$$

Проинтегрировав выражение (38.5), определим работу, совершаемую силами Ампера, при произвольном конечном перемещении контура в магнитном поле:

$$A = I\Delta\Phi, \qquad (38.6)$$

т.е. работа по перемещению замкнутого контура с током в магнитном поле равна произведению силы тока в контуре на изменение магнитного потока, сцепленного с контуром. Формула (38.6) остается справедливой для контура любой формы в произвольном магнитном поле.

§ 39. Магнитные моменты электронов и атомов

Рассматривая действие магнитного поля на проводники с током и на движущиеся заряды, мы не интересовались процессами, происходящими в веществе. Свойства среды учитывались формально с помощью магнитной проницаемости μ. Для того чтобы разобраться в магнитных свойствах сред и их влиянии на магнитную индукцию, необходимо рассмотреть действие магнитного поля на атомы и молекулы вещества.

Опыт показывает, что все вещества, помещенные в магнитное поле, намагничиваются. Рассмотрим причину этого явления с точки зрения строения атомов и молекул, положив в основу гипотезу Ампера (см. § 28.3), согласно которой в любом теле существуют

микроскопические токи, обусловленные движением электронов в атомах и молекулах.

Для качественного объяснения магнитных явлений с достаточным приближением можно считать, что электрон движется в атоме по круговым орбитам. Электрон, движущийся по одной из таких орбит, эквивалентен круговому току, поэтому он обладает орбитальным магнитным моментом [см. (28.2)] $\vec{p}_m = IS\vec{n}$, модуль которого

$$p_m = IS = e\nu S, \tag{39.1}$$

где $I = e\nu$ —сила тока; ν —частота вращения электрона по орбите; S — площадь орбиты. Если электрон движется по часовой стрелке (рис. 60), то ток направлен против часовой стрелки, и вектор $\vec{p}_m$ (в соответствии с правилом правого винта) направлен перпендикулярно плоскости орбиты электрона, как указано на рисунке 60.

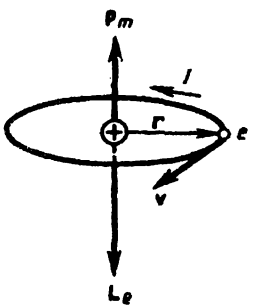


Рис. 60

С другой стороны, движущийся по орбите электрон обладает механическим моментом импульса $\vec{L}_e$, модуль которого равен

$$L_e = m\upsilon r = 2m\upsilon S, \tag{39.2}$$

где $\upsilon = 2\pi\upsilon r = 2m\upsilon S$, $\pi r^2 = S$. Вектор $\vec{L}_e$ (его направление также определяется по правилу правого винта) называется орбитальным механическим моментом электрона.

Из рис. 60 следует, что направления $\vec{p}_m$ и $\vec{L}_e$ противоположны, поэтому, учитывая выражения (39.1) и (39.2), получим

$$\vec{p}_m = -\frac{e}{2m}\vec{L}_e = g\vec{L}_e, \tag{39.3}$$

где величина

$$g = -\frac{e}{2m} \tag{39.4}$$

называется гиромагнитным отношением орбитальных моментов (общепринято писать со знаком " - ", указывающим на то, что направления моментов противоположны). Это отношение, определяемое универсальными постоянными, одинаково для любой

орбиты, хотя для разных орбит значения v и r различны. Формула (39.4) выведена для круговой орбиты, но она справедлива и для эллиптических орбит.

Экспериментальное определение гиромагнитного отношения проведено в опытах Эйнштейна и де Гааза (1915) [В. И. де Гааз (1878—1960) — нидерландский физик], которые наблюдали поворот свободно подвешенного на тончайшей кварцевой нити железного стержня при его намагничивании во внешнем магнитном поле (по обмотке соленоида пропускался переменный ток с частотой, равной частоте крутильных колебаний стержня). При исследовании вынужденных крутильных колебаний стержня определялось гиромагнитное отношение, которое оказалось равным — (e/m). Таким образом, знак носителей, обусловливающих молекулярные токи, совпадал со знаком заряда электрона, а гиромагнитное отношение оказалось в два раза большим, чем введенная ранее величина g [см. формулу (39.4)]. Для объяснения этого результата, имевшего большое значение для дальнейшего развития физики, было предположено, а впоследствии доказано, что кроме орбитальных моментов [см. выражения (39.1) и (39.2)] электрон обладает собственным механическим моментом импульса $\vec{L}_{es}$, называемым спином. Считалось, что спин обусловлен вращением электрона вокруг своей оси, что привело к целому ряду противоречий. В настоящее время установлено, что спин является неотъемлемым свойством электрона, подобно его заряду и массе. Спину электрона $\vec{L}_{es}$ соответствует собственный (спиновый) магнитный момент $\vec{p}_{es}$, пропорциональный $\vec{L}_{es}$ и направленный в противоположную сторону:

$$\vec{p}_{ms} = g_s \vec{L}_{es}. \qquad (39.5)$$

Величина g_s называется гиромагнитным отношением спиновых моментов.

Проекция собственного магнитного момента на направление вектора $\vec{B}$ может принимать только одно из следующих двух значений:

$$p_{msB} = \pm \frac{e\hbar}{2m} = \pm \mu_B,$$

где $\hbar = h/(2\pi)$ (h — постоянная Планка); $\pm \mu_B$ — магнетон Бора,

являющийся единицей магнитного момента электрона.

В общем случае магнитный момент электрона складывается из орбитального и спинового магнитных моментов. Магнитный момент атома, следовательно, складывается из магнитных моментов входящих в его состав электронов и магнитного момента ядра (обусловлен магнитными моментами входящих в ядро протонов и нейтронов). Однако магнитные моменты ядер в тысячи раз меньше магнитных моментов электронов, поэтому ими пренебрегают. Таким образом, общий магнитный момент атома (молекулы) $\vec{p}_a$ равен векторной сумме магнитных моментов (орбитальных и спиновых) входящих в атом (молекулу) электронов:

$$\vec{p}_a = \sum \vec{p}_m + \sum \vec{p}_{ms} . \qquad (39.6)$$

Еще раз обратим внимание на то, что при рассмотрении магнитных моментов электронов и атомов мы пользовались классической теорией, не учитывая ограничений, накладываемых на движение электронов законами квантовой механики. Однако это не противоречит полученным результатам, так как для дальнейшего объяснения намагничивания веществ существенно лишь то, что атомы обладают магнитными моментами.

§ 40. Магнитное поле в веществе

40.1. Диа- и парамагнетизм

Всякое вещество является магнетиком, т.е. оно способно под действием магнитного поля приобретать магнитный момент (намагничиваться). Для понимания механизма этого явления необходимо рассмотреть действие магнитного поля на движущиеся в атоме электроны.

Ради простоты предположим, что электрон в атоме движется по круговой орбите. Если орбита электрона ориентирована относительно вектора $\vec{B}$ произвольным образом, составляя с ним угол α (рис. 61), то можно доказать, что она приходит в такое движение вокруг $\vec{B}$, при котором вектор магнитного момента $\vec{p}_m$, сохраняя постоянным угол α, вращается вокруг вектора $\vec{B}$ с некоторой угловой скоростью. Такое

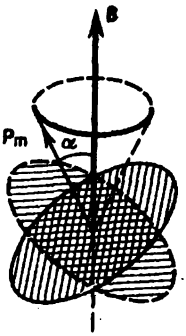


Рис. 61

движение в механике называется прецессией. Прецессию вокруг вертикальной оси, проходящей через точку опоры, совершает, например, диск волчка при замедлении движения.

Таким образом, электронные орбиты атома под действием внешнего магнитного поля совершают прецессионное движение, которое эквивалентно круговому току. Так как этот микроток индуцирован внешним магнитным полем, то, согласно правилу Ленца, у атома появляется составляющая магнитного поля, направленная противоположно внешнему полю. Наведенные составляющие магнитных полей атомов (молекул) складываются и образуют собственное магнитное поле вещества, ослабляющее внешнее магнитное поле. Этот эффект получил название диамагнитного эффекта, а вещества, намагничивающиеся во внешнем магнитном поле против направления поля, называются диамагнетиками.

В отсутствие внешнего магнитного поля диамагнетик немагнитен, поскольку в данном случае магнитные моменты электронов взаимно компенсируются, и суммарный магнитный момент атома [он равен векторной сумме магнитных моментов (орбитальных и спиновых) составляющих атом электронов] равен нулю. К диамагнетикам относятся многие металлы (например, Bi, Ag, Au, Cu), большинство органических соединений, смолы, углерод и т. д.

Так как диамагнитный эффект обусловлен действием внешнего магнитного поля на электроны атомов вещества, то диамагнетизм свойствен всем веществам. Однако наряду с диамагнитными веществами существуют и парамагнитные — вещества, намагничивающиеся во внешнем магнитном поле по направлению поля.

У парамагнитных веществ при отсутствии внешнего магнитного поля магнитные моменты электронов не компенсируют друг друга, и атомы (молекулы) парамагнетиков всегда обладают магнитным моментом. Однако вследствие теплового движения молекул их магнитные моменты ориентированы беспорядочно, поэтому парамагнитные вещества магнитными свойствами не обладают. При внесении парамагнетика во внешнее магнитное поле устанавливается преимущественная ориентация магнитных моментов атомов по полю (полной ориентации препятствует тепловое движение атомов). Таким образом, парамагнетик намагничивается, создавая собственное магнитное поле, совпадающее по направлению с внешним полем и усиливающее его. Этот эффект называется парамагнитным. При ослаблении внешнего магнитного поля

до нуля ориентация магнитных моментов вследствие теплового движения нарушается и парамагнетик размагничивается. К парамагнетикам относятся редкоземельные элементы, Pt, Al и т. д. Диамагнитный эффект наблюдается и в парамагнетиках, но он значительно слабее парамагнитного и поэтому остается незаметным.

Из рассмотрения явления парамагнетизма следует, что его объяснение совпадает с объяснением ориентационной (дипольной) поляризации диэлектриков с полярными молекулами (см. § 8.1), только электрический момент атомов в случае поляризации надо заменить магнитным моментом атомов в случае намагничивания.

Подводя итог качественному рассмотрению диа- и парамагнетизма, еще раз отметим, что атомы всех веществ являются носителями диамагнитных свойств. Если магнитный момент атомов велик, то парамагнитные свойства преобладают над диамагнитными и вещество является парамагнетиком; если магнитный момент атомов мал, то преобладают диамагнитные свойства и вещество является диамагнетиком.

40.2. Намагниченность

Подобно тому как для количественного описания поляризации диэлектриков вводилась поляризованность (см. § 8.2), для количественного описания намагничивания магнетиков вводят векторную величину — намагниченность, определяемую магнитным моментом единицы объема магнетика:

$$\vec{J} = \vec{P}_m / V = \sum \vec{p}_a / V ,$$

где $\vec{P}_m = \sum \vec{p}_a$ — магнитный момент магнетика, представляющий собой векторную сумму магнитных моментов отдельных молекул [см. формулу (39.6)].

Рассматривая характеристики магнитного поля (см. § 28.1), мы вводили вектор магнитной индукции $\vec{B}$, характеризующий результирующее магнитное поле, создаваемое всеми макро- и микротоками, и вектор напряженности $\vec{H}$, характеризующий магнитное поле макротоков. Следовательно, магнитное поле в веществе складывается из двух полей: внешнего поля, создаваемого током, и поля, создаваемого намагниченным веществом. Тогда можем записать, что вектор магнитной индукции результирующего магнитного поля в

магнетике равен векторной сумме магнитных индукций внешнего поля $\vec{B}_0$ (поля, создаваемого намагничивающим током в вакууме) и поля микротоков $\vec{B}'$ (поля, создаваемого молекулярными токами):

$$\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}', \qquad (40.1)$$

где $\vec{B}_0 = \mu_0 \vec{H}$ [см. формулу (28.3)].

Для описания поля, создаваемого молекулярными токами, рассмотрим магнетик в виде кругового цилиндра сечения S и длины l, внесенного в однородное внешнее магнитное поле с индукцией $\vec{B}_0$. Возникающее в магнетике магнитное поле молекулярных токов будет направлено противоположно внешнему полю для диамагнетиков и совпадать с ним по направлению для парамагнетиков. Плоскости всех молекулярных токов расположатся перпендикулярно вектору $\vec{B}_0$, так как векторы их магнитных моментов $\vec{p}_m$ антипараллельны вектору $\vec{B}_0$ (для диамагнетиков) и параллельны $\vec{B}_0$ (для парамагнетиков). Если рассмотреть любое сечение цилиндра, перпендикулярное его оси, то во внутренних участках сечения магнетика молекулярные токи соседних атомов направлены навстречу друг другу и взаимно компенсируются (рис. 62). Нескомпенсированными будут лишь молекулярные токи, выходящие на боковую поверхность цилиндра.

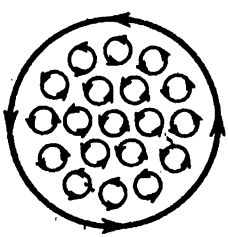


Рис. 62

Ток, текущий по боковой поверхности цилиндра, подобен току в соленоиде и создает внутри него поле, магнитную индукцию B' которого можно вычислить, учитывая формулу (36.2) для $N = 1$ (соленоид из одного витка):

$$B' = \mu_0 I' / l, \qquad (40.2)$$

где I' — сила молекулярного тока, l — длина рассматриваемого цилиндра, а магнитная проницаемость μ принята равной единице.

С другой стороны, I'/l — ток, приходящийся на единицу длины цилиндра, или его линейная плотность, поэтому магнитный момент этого тока $p = I'lS/l = I'V/l$, где V — объем магнетика. Если P — магнитный момент магнетика объемом V, то намагниченность магнетика

$$J = P/V = I'/l. \qquad (40.3)$$

Сопоставляя формулы (40.2) и (40.3), получим, что $B' = \mu_0 J$, или в векторной форме $\vec{B}' = \mu_0 \vec{J}$. Подставив выражения для $\vec{B}_0$ и $\vec{B}'$ в выражение (40.1), получим

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H} + \mu_0 \vec{J} = \mu_0 (\vec{H} + \vec{J}), \qquad (40.4)$$

или

$$\frac{\vec{B}}{\mu_0} = \vec{H} + \vec{J}. \qquad (40.5)$$

Как показывает опыт, в несильных полях намагниченность прямо пропорциональна напряженности поля, вызывающего намагничивание, т. е.

$$\vec{J} = \chi \vec{H}, \qquad (40.6)$$

где χ — безразмерная величина, называемая магнитной восприимчивостью вещества. Для диамагнетиков χ — отрицательна (поле молекулярных токов противоположно внешнему), для парамагнетиков — положительна (поле молекулярных токов совпадает с внешним).

Используя формулу (40.6), выражение (40.4) можно записать в виде

$$\vec{B} = \mu_0 (1 + \chi) \vec{H}, \qquad (40.7)$$

откуда

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0 (1 + \chi)}.$$

Безразмерная величина

$$\mu = 1 + \chi \qquad (40.8)$$

представляет собой магнитную проницаемость вещества. Подставив выражение (40.8) в формулу (40.7), придем к соотношению (28.3) $\vec{B} = \mu_0 \mu \vec{H}$, которое ранее постулировалось.

Так как абсолютное значение магнитной восприимчивости для диа- и парамагнетиков очень мало (порядка 10^{-4}—10^{-6}), то для них μ незначительно отличается от единицы. Это просто понять, так как магнитное поле молекулярных токов значительно слабее намагничивающего поля. Таким образом, для диамагнетиков $\chi < 0$ и $\mu < 1$, для парамагнетиков $\chi > 0$ и $\mu > 1$.

Закон полного тока для магнитного поля в веществе (теорема о циркуляции вектора $\vec{B}$) является обобщением закона (34.1):

$$\int_L \vec{B} d\vec{l} = \int_L B_l dl = \mu_0 (I + I'),$$

где I и I' — соответственно алгебраические суммы макротоков (токов проводимости) и микротоков (молекулярных токов), охватываемых произвольным замкнутым контуром L. Таким образом, циркуляция вектора магнитной индукции $\vec{B}$ по произвольному замкнутому контуру равна алгебраической сумме токов проводимости и молекулярных токов, охватываемых этим контуром, умноженной на магнитную постоянную. Вектор $\vec{B}$, таким образом, характеризует результирующее поле, созданное как макроскопическими токами в проводниках (токами проводимости), так и микроскопическими токами в магнетиках, поэтому линии вектора магнитной индукции $\vec{B}$ не имеют источников и являются замкнутыми.

Из теории известно, что циркуляция намагниченности $\vec{J}$ по произвольному замкнутому контуру L равна алгебраической сумме молекулярных токов, охватываемых этим контуром:

$$\int_L \vec{J} dl = I'.$$

Тогда закон полного тока для магнитного поля в веществе можно записать также в виде

$$\int_L \left(\frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{J} \right) d\vec{l} = I, \qquad (40.9)$$

где I, подчеркнем это еще раз, есть алгебраическая сумма токов проводимости.

Выражение, стоящее в скобках в формуле (40.9), согласно выражению (40.5), есть не что иное, как введенный ранее вектор $\vec{H}$ напряженности магнитного поля. Итак, циркуляция вектора $\vec{H}$ по произвольному замкнутому контуру L равна алгебраической сумме токов проводимости, охватываемых этим контуром:

$$\int_L \vec{H} d\vec{l} = I. \qquad (40.10)$$

Выражение (40.10) представляет собой теорему о циркуляции вектора $\vec{H}$.

40.3. Условия на границе раздела двух магнетиков

Установим связь для векторов $\vec{B}$ и $\vec{H}$ на границе раздела двух однородных магнетиков (магнитные проницаемости μ_1 и μ_2) при отсутствии на границе тока проводимости.

Построим вблизи границы раздела магнетиков 1 и 2 прямой цилиндр ничтожно малой высоты, одно основание которого находится в первом магнетике, другое — во втором (рис. 63). Основания ΔS настолько малы, что в пределах каждого из них вектор $\vec{B}$ одинаков. Согласно теореме Гаусса (37.3):

$$B_{n2}\Delta S - B_{n1}\Delta S = 0$$

(нормали $\vec{n}$ и $\vec{n}'$ к основаниям цилиндра направлены противоположно).

Поэтому

$$B_{n2} = B_{n1}. \qquad (40.11)$$

Заменив, согласно $\vec{B} = \mu_0 \mu \vec{H}$, проекции вектора $\vec{B}$ проекциями вектора $\vec{H}$, умноженными на μ_0 μ, получим

$$\frac{H_{n1}}{H_{n2}} = \frac{\mu_2}{\mu_1}. \qquad (40.12)$$

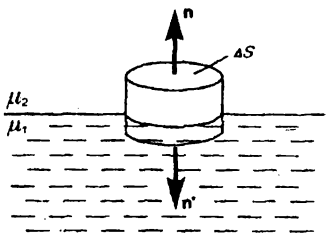


Рис. 63

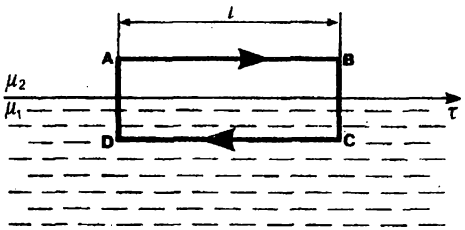


Рис. 64

Вблизи границы раздела двух магнетиков 1 и 2 построим небольшой замкнутый прямоугольный контур ABCDA длиной l, ориентировав его так, как показано на рис. 64. Согласно теореме (41.10) о циркуляции вектора $\vec{H}$

$$\int_{ABCDA} \vec{H} d\vec{l} = 0$$

(токов проводимости на границе раздела нет), откуда

$$H_{\tau 2} l - H_{\tau 1} l = 0$$

(знаки интегралов по AB и CD разные, так как пути интегрирования противоположны, а интегралы по участкам BC и DA ничтожно малы). Поэтому

$$H_{\tau 2} = H_{\tau 1}. \qquad (40.13)$$

Заменив, согласно $\vec{B}=\mu_0\mu\vec{H}$, проекции вектора $\vec{H}$ проекциями вектора $\vec{B}$, деленными на $\mu_0\,\mu$, получим

$$\frac{B_{\tau 1}}{B_{\tau 2}}=\frac{\mu_1}{\mu_2}. \qquad (40.14)$$

Таким образом, при переходе через границу раздела двух магнетиков нормальная составляющая вектора $\vec{B}$ (B_n) и тангенциальная составляющая вектора $\vec{H}$ (H_τ) изменяются непрерывно (не претерпевают скачка), а тангенциальная составляющая вектора $\vec{B}$ (B_τ) и нормальная составляющая вектора $\vec{H}$ (H_n) претерпевают скачок.

Из полученных условий (40.11)—(40.14) для составляющих векторов $\vec{B}$ и $\vec{H}$ следует, что линии этих векторов испытывают излом (преломляются). Как и в случае диэлектриков (см. §8.3), можно найти закон преломления линий $\vec{B}$ (а значит, и линий $\vec{H}$):

$$\frac{\mathrm{tg}\alpha_2}{\mathrm{tg}\alpha_1}=\frac{\mu_2}{\mu_1}. \qquad (40.15)$$

Из этой формулы следует, что, входя в магнетик с большей магнитной проницаемостью, линии $\vec{B}$ и $\vec{H}$ удаляются от нормали.

§41. Ферромагнетики

41.1. Свойства ферромагнетиков

Помимо рассмотренных двух классов веществ — диа- и парамагнетиков, называемых слабомагнитными веществами, существуют еще сильномагнитные вещества — **ферромагнетики** — вещества, обладающие спонтанной намагниченностью, т. е. они намагничены даже при отсутствии внешнего магнитного поля. К ферромагнетикам, кроме основного их представителя — железа (от него и идет название "ферромагнетизм") — относятся, например, кобальт, никель, гадолиний, их сплавы и соединения.

Ферромагнетики, помимо способности сильно намагничиваться, обладают еще и другими свойствами, существенно отличающими их от диа- и парамагнетиков. Если для слабомагнитных веществ зависимость $\vec{J}$ от $\vec{H}$ линейна [см. формулу (40.6) и рис. 65], то для ферромагнетиков эта зависимость является довольно сложной. Она впервые была получена для железа в 1878 г. русским физиком А. Г. Столетовым (1839—1896) методом баллистического гальванометра. По мере возрастания Н намагниченность J сначала растет быстро, затем медленнее и, наконец, достигается так называемое магнитное насыщение $J_{нас}$, уже не зависящее от напряженности поля. Подобный характер зависимости J от H можно объяснить тем, что по мере увеличения намагничивающего поля увеличивается степень ориентации молекулярных магнитных моментов по полю. Этот процесс начнет замедляться, когда остается все меньше и меньше неориентированных моментов. Когда все моменты будут ориентированы по полю, дальнейшее увеличение J прекращается и наступает магнитное насыщение.

Магнитная индукция $B = \mu_0 (H + J)$ [см. формулу (40.4)] в слабых полях растет быстро с ростом H вследствие увеличения J, а в сильных полях, поскольку второе слагаемое постоянно ($J = J_{нас}$), B растет с увеличением H по линейному закону (рис. 66).

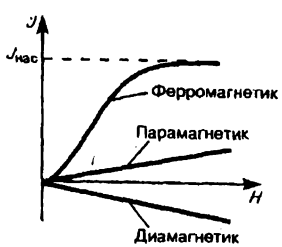


Рис. 65

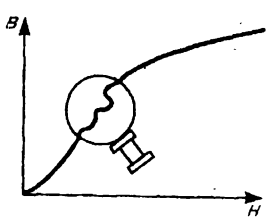


Рис. 66

Существенная особенность ферромагнетиков — не только большие значения μ (например, для железа — 5000, для сплава супермаллоя — 800 000), но и зависимость μ от H (рис. 67). Вначале μ растет с увеличением H, затем, достигая максимума, начинает уменьшаться, стремясь в случае сильных полей к единице ($\mu = B/(\mu_0 H) = 1 + + J/H$, поэтому при $J = J_{нас} = \text{const}$ с ростом H отношение $J/H \to 0$, а $\mu \to 1$).

Характерная особенность ферромагнетиков состоит также в том, что для них зависимость J от H (а следовательно, и B от H) определяется предысторией намагничивания ферромагнетика. Это явление получило название магнитного гистерезиса. Если намагнитить ферромагнетик до насыщения (точка 1, рис. 68), а затем начать уменьшать напряженность H намагничивающего поля, то, как показывает опыт, уменьшение J описывается кривой 1—2, лежащей выше кривой 1—0. При $H = 0$ J отличается от нуля, т. е. в ферромагнетике наблюдается остаточное намагничивание $J_{ос}$. С наличием остаточного намагничивания связано существование постоянных магнитов. Намагничивание обращается в нуль под действием поля H_C, имеющего направление, противоположное полю, вызвавшему намагничивание. Напряженность H_C называется коэрцитивной силой.

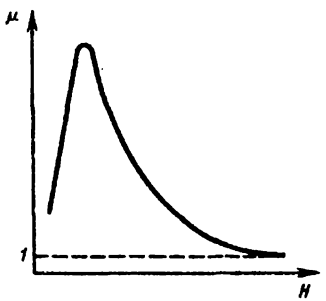


Рис. 67

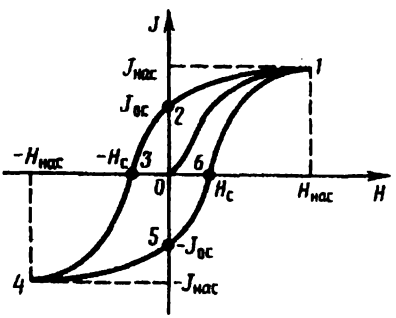


Рис. 68

При дальнейшем увеличении противоположного поля ферромагнетик перемагничивается (кривая 3—4), и при $H = -H_{нас}$ достигается насыщение (точка 4). Затем ферромагнетик можно опять размагнитить (кривая 4—5—6) и вновь перемагнитить до насыщения (кривая 6—1).

Таким образом, при действии на ферромагнетик переменного магнитного поля намагниченность J изменяется в соответствии с кривой 1—2—3—4—5—6—1, которая называется петлей гистерезиса (от греч. "запаздывание"). Гистерезис приводит к тому, что намагничивание ферромагнетика не является однозначной функцией H, т. е. одному и тому же значению H соответствует несколько значений J.

Различные ферромагнетики дают разные гистерезисные петли. Ферромагнетики с малой (в пределах от нескольких тысячных до 1—2 А/см) коэрцитивной силой H_C (с узкой петлей гистерезиса) называются мягкими, с большой (от нескольких десятков да нескольких тысяч ампер

на сантиметр) коэрцитивной силой (с широкой петлей гистерезиса) — жесткими. Величины H_C, J_{oc} и μ_{max} определяют применимость ферромагнетиков для тех или иных практических целей. Так, жесткие ферромагнетики (например углеродистые и вольфрамовые стали) применяются для изготовления постоянных магнитов, а мягкие (например, мягкое железо, сплав железа с никелем) — для изготовления сердечников трансформаторов.

Ферромагнетики обладают еще одной существенной особенностью: для каждого ферромагнетика имеется определенная температура, называемая точкой Кюри, при которой он теряет свои магнитные свойства. При нагревании образца выше точки Кюри ферромагнетик превращается в обычный парамагнетик. Переход вещества из ферромагнитного состояния в парамагнитное, происходящий в точке Кюри, не сопровождается поглощением или выделением теплоты, т. е. в точке Кюри происходит фазовый переход II рода. В таблице 4 приведены для примера температуры Кюри для некоторых веществ.

Таблица 4

Температуры Кюри для некоторых веществ

Вещество	T_K, ^0C	Вещество	T_K, ^0C
Кобальт	1150	Никель	360
Железо	770	30%-ный пермаллой	70
78%-ный пермаллой (сплав 22% Fe, 78% Ni)	550	Гадолиний	17

Наконец, процесс намагничивания ферромагнетиков сопровождается изменением их линейных размеров и объема. Это явление получило название магнитострикции. Величина и знак эффекта зависят от напряженности H намагничивающего поля, от природы ферромагнетика и ориентации кристаллографических осей по отношению к полю.

41.2. Природа ферромагнетизма

Описательная теория ферромагнетизма была разработана французским физиком П. Вейссом (1865—1940). Последовательная количественная теория на основе квантовой механики развита Я. И. Френкелем и немецким физиком В. Гейзенбергом (1901—1976).

Согласно представлениям Вейсса, ферромагнетики при температурах ниже точки Кюри обладают спонтанной намагниченностью независимо от наличия внешнего намагничивающего поля. Спонтанное намагничивание, однако, находится в кажущемся противоречии с тем, что многие ферромагнитные материалы даже при температурах ниже точки Кюри не намагничены. Для устранения этого противоречия Вейсс ввел гипотезу, согласно которой ферромагнетик при температуре ниже точки Кюри разбивается на большое число малых макроскопических областей — доменов, самопроизвольно намагниченных до насыщения.

При отсутствии внешнего магнитного поля магнитные моменты отдельных доменов ориентированы хаотически и компенсируют друг друга, поэтому результирующий магнитный момент ферромагнетика равен нулю и ферромагнетик не намагничен. Внешнее магнитное поле ориентирует по полю магнитные моменты не отдельных атомов, как это имеет место в случае парамагнетиков, а целых областей спонтанной намагниченности. Поэтому с ростом H намагниченность J (см. рис. 65) и магнитная индукции B (см. рис. 66) уже в довольно слабых полях растут очень быстро. Этим объясняется также увеличение μ ферромагнетиков до максимального значения в слабых полях (см. рис. 67). Эксперименты показали, что зависимость B от H не является такой плавной, а имеет ступенчатый вид, как показано на рис. 66. Это свидетельствует о том, что внутри ферромагнетика домены поворачиваются по полю скачком.

При ослаблении внешнего магнитного поля до нуля ферромагнетики сохраняют остаточное намагничивание, так как тепловое движение не в состоянии быстро дезориентировать магнитные моменты столь крупных образований, какими являются домены. Поэтому и наблюдается явление магнитного гистерезиса (рис. 68). Для того чтобы ферромагнетик размагнитить, необходимо приложить коэрцитивную силу; размагничиванию способствуют также встряхивание и нагревание ферромагнетика. Точка Кюри оказывается той температурой, выше которой происходит разрушение доменной структуры.

Существование доменов в ферромагнетиках доказано экспериментально. Прямым экспериментальным методом их наблюдения является метод порошковых фигур. На тщательно отполированную поверхность ферромагнетика наносится водная суспензия мелкого

ферромагнитного порошка (например магнетита). Частицы оседают преимущественно в местах максимальной неоднородности магнитного поля, т. е. на границах между доменами. Поэтому осевший порошок очерчивает границы доменов, и подобную картину можно сфотографировать под микроскопом. Линейные размеры доменов оказались равными 10^{-4}—10^{-2} см.

Дальнейшее развитие теории ферромагнетизма Френкелем и Гейзенбергом, а также ряд экспериментальных фактов позволили выяснить природу элементарных носителей ферромагнетизма. В настоящее время установлено, что магнитные свойства ферромагнетиков определяются спиновыми магнитными моментами электронов (прямым экспериментальным указанием этого служит опыт Эйнштейна и де Гааза, см. § 39). Установлено также, что ферромагнитными свойствами могут обладать только кристаллические вещества, в атомах которых имеются недостроенные внутренние электронные оболочки с нескомпенсированными спинами. В подобных кристаллах могут возникать силы, которые вынуждают спиновые магнитные моменты электронов ориентироваться параллельно друг другу, что и приводит к возникновению областей спонтанного намагничивания. Эти силы, называемые обменными силами, имеют квантовую природу — они обусловлены волновыми свойствами электронов.

Так как ферромагнетизм наблюдается только в кристаллах, а они обладают анизотропией, то в монокристаллах ферромагнетиков должна иметь место анизотропия магнитных свойств (их зависимость от направления в кристалле). Действительно, опыт показывает, что в одних направлениях в кристалле его намагниченность при данном значении напряженности магнитного поля наибольшая (направление легчайшего намагничивания), в других — наименьшая (направление трудного намагничивания). Из рассмотрения магнитных свойств ферромагнетиков следует, что они похожи на сегнетоэлектрики (см. § 10).

Существуют вещества, в которых обменные силы вызывают антипараллельную ориентацию спиновых магнитных моментов электронов. Такие тела называются антиферромагнетиками. Их существование теоретически было предсказано Л. Д. Ландау. Антиферромагнетиками являются некоторые соединения марганца (MnO, MnF_2), железа (FeO, $FeCl_2$) и многих других элементов. Для них также существует антиферромагнитная точка Кюри – точка Нееля [Л. Неель (род. 1904) — французский физик)], при которой магнитное упорядочение спиновых магнитных моментов нарушается и

антиферромагнетик превращается в парамагнетик, претерпевая фазовый переход II рода.

В последнее время большое значение приобрели полупроводниковые ферромагнетики—ферриты, химические соединения типа $MeO \cdot Fe_3O_3$, где Me — ион двухвалентного металла (Mn, Co, Ni, Cu, Mg, Zn, Cd, Fe). Они отличаются заметными ферромагнитными свойствами и большим удельным электрическим сопротивлением (в миллиарды раз большим, чем у металлов). Ферриты применяются для изготовления постоянных магнитов, ферритовых антенн, сердечников радиочастотных контуров, элементов оперативной памяти в вычислительной технике, для покрытия пленок в магнитофонах и видеомагнитофонах и т. д.

Глава 4. Электромагнитная индукция

§ 42. Явление электромагнитной индукции

42.1. Опыты Фарадея

В главе 3 было показано, что электрические токи создают вокруг себя магнитное поле. Связь магнитного поля с током привела к многочисленным попыткам возбудить ток в контуре с помощью магнитного поля. Эта фундаментальная задача была блестяще решена в 1831 г. английским физиком М. Фарадеем, открывшим явление электромагнитной индукции. Оно заключается в том, что в замкнутом проводящем контуре при изменении потока магнитной индукции, охватываемого этим контуром, возникает электрический ток, получивший название индукционного.

Рассмотрим классические опыты Фарадея, с помощью которых было обнаружено явление электромагнитной индукции.

Опыт I (рис. 69, а). Если в замкнутый на гальванометр соленоид вдвигать или выдвигать из него постоянный магнит, то в моменты его вдвигания или выдвигания наблюдается отклонение стрелки гальванометра (возникает индукционный ток); направления отклонений стрелки при вдвигании и выдвигании магнита противоположны. Отклонение стрелки гальванометра тем больше, чем больше скорость движения магнита относительно катушки. При изменении полюсов магнита направление отклонения стрелки изменится. Для получения индукционного тока магнит можно оставлять неподвижным, тогда нужно относительно магнита передвигать соленоид.

Опыт II. Концы одной из катушек, вставленных одна в другую,

присоединяются к гальванометру, а через другую катушку пропускается ток. Отклонение стрелки гальванометра наблюдается в моменты включения или выключения тока, в моменты его увеличения или уменьшения или при перемещении катушек друг относительно друга (рис. 69, б). Направления отклонений стрелки гальванометра также противоположны при включении или выключении тока, его увеличении или уменьшении, сближения или удалении катушек.

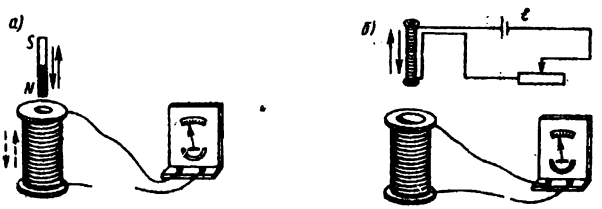


Рис. 69

Обобщая результаты своих многочисленных опытов, Фарадей пришел к выводу, что индукционный ток возникает всегда, когда происходит изменение сцепленного с контуром потока магнитной индукции. Например, при повороте в однородном магнитном поле замкнутого проводящего контура в нем также возникает индукционный ток. В данном случае индукция магнитного поля вблизи проводника остается постоянной, а меняется только поток магнитной индукции сквозь контур.

Опытным путем было также установлено, что значение индукционного тока совершенно не зависит от способа изменения потока магнитной индукции, а определяется лишь скоростью его изменения. (В опытах Фарадея также доказывается, что отклонение стрелки гальванометра (сила тока) тем больше, чем больше скорость движения магнита, или скорость изменения силы тока, или скорость движения катушек).

Открытие явления электромагнитной индукции имело большое значение, так как была доказана возможность получения электрического тока с помощью магнитного поля. Таким образом была установлена взаимосвязь между электрическими и магнитными явлениями, что послужило в дальнейшем толчком для разработки теории электромагнитного поля.

42.2. Закон Фарадея

Обобщая результаты своих многочисленных опытов, Фарадей пришел к количественному закону электромагнитной индукции. Он показал, что всякий раз, когда происходит изменение сцепленного с контуром потока магнитной индукции, в контуре возникает индукционный ток; возникновение индукционного тока указывает на наличие в цепи электродвижущей силы, называемой электродвижущей силой электромагнитной индукции. Значение индукционного тока, а, следовательно, и ЭДС электромагнитной индукции ξ_i определяются только скоростью изменения магнитного потока, т.е.

$$\xi_i \sim \frac{d\Phi}{dt}. \qquad (42.1)$$

Теперь необходимо выяснить знак ξ_i. В § 37 было показано, что знак магнитного потока зависит от выбора положительной нормали к контуру. В свою очередь, положительное направление нормали определяется правилом правого винта (см. § 28). Следовательно, выбирая положительное направление нормали, мы определяем как знак потока магнитной индукции, так и направление тока и ЭДС в контуре. Пользуясь этими представлениями и выводами, можно соответственно прийти к формулировке **закона электромагнитной индукции** Фарадея: ЭДС ξ_i электромагнитной индукции в контуре численно равна и противоположна по знаку скорости изменения магнитного потока сквозь поверхность, ограниченную этим контуром. Этот закон является универсальным: ЭДС ξ_i не зависит от способа изменения магнитного потока

$$\xi_i = -\frac{d\Phi}{dt}. \qquad (42.2)$$

Знак минус показывает, что увеличение потока $\frac{d\Phi}{dt} > 0$ вызывает ЭДС $\xi_i < 0$, т. е. поле индукционного тока направлено навстречу потоку уменьшение потока $\frac{d\Phi}{dt} < 0$ вызывает $\xi_i > 0$, т.е. направления потока

и поля индукционного тока совпадают. Знак минус в формуле (42.2) определяется правилом Ленца — общим правилом для нахождения направления индукционного тока, выведенным в 1833 г.

Правило Ленца: индукционный ток в контуре имеет всегда такое направление, что создаваемое им магнитное поле препятствует изменению магнитного потока, вызвавшему этот индукционный ток.

Закон Фарадея [см. формулу (42.2)] может быть непосредственно получен из закона сохранения энергии, как это впервые сделал Г. Гельмгольц. Рассмотрим проводник с током *I*, который помещен в однородное магнитное поле, перпендикулярное плоскости контура, и может свободно перемещаться (см. рис. 58). Под действием силы Ампера *F*, направление которой показано на рисунке, проводник перемещается на отрезок *dx*. Таким образом, сила Ампера производит работу [см. формулу (38.1)] $dA = IdΦ$, где $dΦ$ — пересеченный проводником магнитный поток.

Согласно закону сохранения энергии, работа источника тока за время dt ($\xi_i Idt$) будет складываться из работы на джоулеву теплоту (I^2Rdt) и работы по перемещению проводника в магнитном поле ($IdΦ$):

$$\xi Idt = I^2Rdt + Id\Phi,$$

где *R* — полное сопротивление контура. Тогда

$$I = \left(\xi - \frac{d\Phi}{dt}\right) / R,$$

где $-\frac{d\Phi}{dt} = \xi_i$ есть не что иное, как закон Фарадея [см. формулу (42.2)].

ЭДС электромагнитной индукции выражается в вольтах. Действительно, учитывая, что единицей магнитного потока является вебер (Вб), получим

$$\left[\frac{d\Phi}{dt}\right] = \frac{\text{Вб}}{c} = \frac{\text{Тл}\cdot м^2}{c} = \frac{Н\cdot м^2}{А\cdot м\cdot с} = \frac{\text{Дж}}{А\cdot с} = \frac{А\cdot В\cdot с}{А\cdot с}.$$

Какова природа ЭДС электромагнитной индукции? Если проводник (подвижная перемычка контура на рис. 58) движется в постоянном магнитном поле, то сила Лоренца, действующая на заряды внутри

проводника, движущиеся вместе с проводником, будет направлена противоположно току, т.е. она будет создавать в проводнике индукционный ток противоположного направления (за направление электрического тока принимается движение положительных зарядов). Таким образом, возбуждение ЭДС индукции при движении контура в постоянном магнитном поле объясняется действием силы Лоренца, возникающей при движении проводника.

Согласно закону Фарадея, возникновение ЭДС электромагнитной индукции возможно и в случае неподвижного контура, находящегося в переменном магнитном поле. Однако сила Лоренца на неподвижные заряды не действует, поэтому в данном случае ею нельзя объяснить возникновение ЭДС индукции. Максвелл для объяснения ЭДС индукции в неподвижных проводниках предположил, что всякое переменное магнитное поле возбуждает в окружающем пространстве электрическое поле, которое и является причиной возникновения индукционного тока в проводнике. Циркуляция вектора $\vec{E}_B$ этого поля по любому неподвижному контуру L проводника представляет собой ЭДС электромагнитной индукции:

$$\xi_i = \int_L \vec{E}_B d\vec{l} = -\frac{d\Phi}{dt}. \qquad (42.3)$$

§ 43. Вращение рамки в магнитном поле

Явление электромагнитной индукции применяется для преобразования механической энергии в энергию электрического тока. Для этой цели используются генераторы, принцип действия которых можно рассмотреть на примере плоской рамки, вращающейся в однородном магнитном поле (рис. 70).

Предположим, что рамка вращается в однородном магнитном поле (B = const) равномерно с угловой скоростью ω=const. Магнитный поток, сцепленный с рамкой площадью S, в любой момент времени t, согласно формуле (37.1), равен

$$\Phi = B_n S = BS\cos\alpha = BS\cos\omega t,$$

где $\alpha = \omega t$ — угол поворота рамки в момент времени t (начало отсчета выбрано так, чтобы при t = 0 было α = 0).

При вращении рамки в ней будет возникать переменная ЭДС индукции [см. формулу (42.2)]

$$\xi_i = -\frac{d\Phi}{dt} = BS\sin\omega t, \qquad (43.1)$$

изменяющаяся со временем по гармоническому закону. При $\sin\omega t = 1$ ЭДС ξ_i максимальна, т.е.

$$\xi_{max} = BS\omega. \qquad (43.2)$$

Учитывая формулу (43.2), выражение (43.1) можно записать в виде

$$\xi_i = \xi_{max}\sin\omega t.$$

Таким образом, если в однородном магнитном поле равномерно вращается рамка, то в ней возникает переменная ЭДС, изменяющаяся по гармоническому закону.

Из формулы (43.2) вытекает, что ξ_{max} (следовательно, и ЭДС индукции) находится в прямой зависимости от величин ω, B и S. В России принята стандартная частота тока $f = \omega/2\pi = 50$ Гц, поэтому возможно лишь увеличение двух остальных величин. Для увеличения B применяют мощные постоянные магниты или в электромагнитах пропускают значительный ток, а также внутрь электромагнита помещают сердечники из материалов с большой магнитной проницаемостью μ. Если вращать не один, а ряд витков, соединенных последовательно, то тем самым увеличивается S. Переменное напряжение снимается с вращающегося витка с помощью щеток, схематически изображенных на рис. 70.

Процесс превращения механической энергии в электрическую обратим. Если по рамке, помещенной в магнитное поле, пропускать электрический ток, то в соответствии с формулой (28.1) на нее будет действовать вращающий момент и рамка начнет вращаться. На этом принципе основана работа электродвигателей, предназначенных для превращения электрической энергии в механическую.

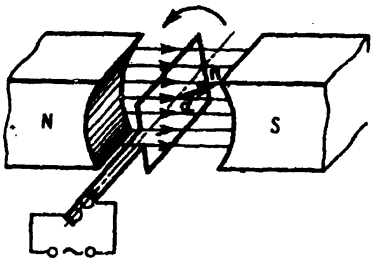


Рис. 70

§ 44. Вихревые токи (токи Фуко)

Индукционный ток возникает не только в линейных проводниках, но и в массивных сплошных проводниках, помещенных в переменное магнитное поле. Эти токи оказываются замкнутыми в толще проводника и поэтому называются вихревыми. Их также называют токами Фуко — по имени первого исследователя.

Токи Фуко, как и индукционные токи в линейных проводниках, подчиняются правилу Ленца: их магнитное поле направлено так, чтобы противодействовать изменению магнитного потока, индуцирующему вихревые токи. Например, если между полюсами невключенного электромагнита массивный медный маятник совершает практически незатухающие колебания (рис. 71), то при включении тока он испытывает сильное торможение и очень быстро останавливается. Это объясняется тем, что возникшие токи Фуко имеют такое направление, что действующие на них со стороны магнитного поля силы тормозят движение маятника. Этот факт используется для успокоения (демпфирования) подвижных частей различных приборов. Если в описанном маятнике сделать радиальные вырезы, то вихревые токи ослабляются и торможение почти отсутствует.

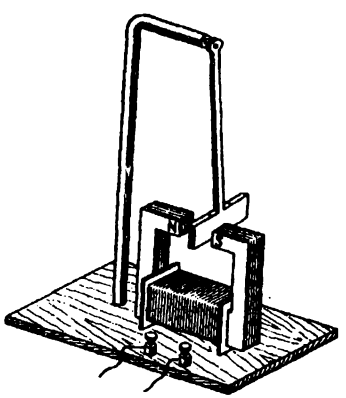


Рис. 71

Вихревые токи, помимо торможения (как правило, нежелательного эффекта), вызывают нагревание проводников. Поэтому для уменьшения потерь на нагревание якоря генераторов и сердечники трансформаторов делают не сплошными, а изготовляют из тонких пластин, отделенных

одна от другой слоями изолятора, и устанавливают их так, чтобы вихревые токи были направлены поперек пластин. Джоулева теплота, выделяемая токами Фуко, используется в индукционных металлургических печах. Индукционная печь представляет собой тигель, помещаемый внутрь катушки, в которой пропускается ток высокой частоты. В металле возникают интенсивные вихревые токи, способные разогреть его до плавления. Такой способ позволяет плавить металлы в вакууме, в результате чего получаются сверхчистые материалы.

Вихревые токи возникают и в проводах, по которым течет переменный ток. Направление этих токов можно определить по правилу Ленца. На рисунке 72, а показано направление вихревых токов при возрастании первичного тока в проводнике, а на рисунке 72, б — при его убывании. В обоих случаях направление вихревых токов таково, что они противодействуют изменению первичного тока внутри проводника и способствуют его изменению вблизи поверхности. Таким образом, вследствие возникновения вихревых токов быстропеременный ток оказывается распределенным по сечению провода неравномерно — он как бы вытесняется на поверхность проводника. Это явление получило название скин-эффекта (от англ. skin — кожа) или поверхностного эффекта. Так как токи высокой частоты практически текут в тонком поверхностном слое, то провода для них делаются полыми.

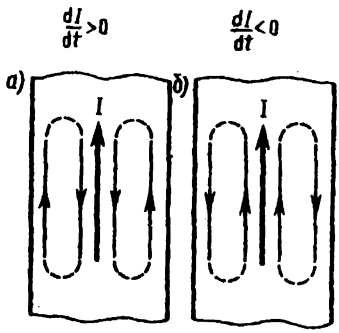


Рис. 72

Если сплошные проводники нагревать токами высокой частоты, то в результате скин-эффекта происходит нагревание только их поверхностного слоя. На этом основан метод поверхностной закалки металлов. Меняя частоту поля, он позволяет производить закалку на любой требуемой глубине.

§ 45. Индуктивность контура. Самоиндукция

Электрический ток, текущий в замкнутом контуре, создает вокруг себя магнитное поле, индукция которого, по закону Био — Савара — Лапласа [см. формулу (29.2)], пропорциональна току. Сцепленный с контуром магнитный поток Ф поэтому пропорционален току I в контуре:

$$\Phi = LI, \qquad (45.1)$$

где коэффициент пропорциональности L называется индуктивностью контура.

При изменении силы тока в контуре будет изменяться также и сцепленный с ним магнитный поток; следовательно, в контуре будет индуцироваться ЭДС. Явление возникновения электродвижущей силы (эдс индукции) в замкнутом проводящем контуре при изменении в нем силы тока называется **самоиндукцией**.

Из выражения (45.1) определяется единица индуктивности генри (Гн): 1 Гн — индуктивность такого контура, магнитный поток самоиндукции которого при силе тока в 1 А равен 1 Вб: 1 Гн=1 Вб/А= =1 В · с/А.

Рассчитаем индуктивность бесконечно длинного соленоида. Согласно формуле (37.4), полный магнитный поток сквозь соленоид (потокосцепление) равен $\mu_0\mu\frac{N^2I}{l}S$. Подставив это выражение в формулу (45.1), получим

$$L=\mu_0\mu\frac{N^2S}{l}, \qquad (45.2)$$

т. е. индуктивность соленоида зависит от числа витков соленоида N, его длины l, площади S и магнитной проницаемости μ вещества, из которого изготовлен сердечник соленоида.

Можно показать, что индуктивность контура в общем случае зависит только от геометрической формы контура, его размеров и магнитной проницаемости той среды, в которой он находится. В этом смысле индуктивность контура — аналог электрической емкости уединенного проводника, которая также зависит только от формы проводника, его размеров и диэлектрической проницаемости среды (см. § 10).

Применяя к явлению самоиндукции закон Фарадея [см. формулу (42.2)], получим, что ЭДС самоиндукции

$$\xi_S=-\frac{d\Phi}{dt}=-\frac{d}{dt}(LI)=-\left(L\frac{dI}{dt}+I\frac{dL}{dt}\right).$$

Если контур не деформируется и магнитная проницаемость среды не изменяется (в дальнейшем будет показано, что последнее условие выполняется не всегда), то L = const и

$$\xi_s=-L\frac{dI}{dt}, \qquad (45.3)$$

где знак минус, обусловленный правилом Ленца, показывает, что наличие индуктивности в контуре приводит к замедлению изменения тока в нем.

Если ток со временем возрастает, то $\frac{dI}{dt} > 0$ и $\xi_S < 0$, т. е. ток самоиндукции, направлен навстречу току, обусловленному внешним источником, и замедляет его возрастание. Если ток со временем убывает, то $\frac{dI}{dt} < 0$ и $\xi_S > 0$, т. е. индукционный ток имеет такое же направление, как и убывающий ток в контуре, и замедляет его убывание. Таким образом, контур, обладая определенной индуктивностью, приобретает электрическую инертность, заключающуюся в том, что любое изменение тока тормозится тем сильнее, чем больше индуктивность контура.

§ 46. Токи при размыкании и замыкании цепи

При всяком изменении силы тока в проводящем контуре возникает ЭДС самоиндукции, в результате чего в контуре появляются дополнительные токи, называемые экстратоками самоиндукции. Экстратоки самоиндукции, согласно правилу Ленца, всегда направлены так, чтобы препятствовать изменениям тока в цепи, т. е. направлены противоположно току, создаваемому источником. При выключении источника тока экстратоки имеют такое же направление, что и ослабевающий ток. Следовательно, наличие индуктивности в цепи приводит к замедлению исчезновения или установления тока в цепи.

Рассмотрим процесс выключения тока в цепи, содержащей источник тока с ЭДС ξ_i, резистор сопротивлением R и катушку индуктивностью L. Под действием внешней ЭДС в цепи течет постоянный ток

$$I_0 = \xi / R$$

(внутренним сопротивлением источника тока пренебрегаем).

В момент времени $t = 0$ отключим источник тока. Ток в катушке индуктивностью L начнет уменьшаться, что приведет к возникновению ЭДС самоиндукции $\xi_S = -L\frac{dI}{dt}$, препятствующей, согласно правилу

Ленца, уменьшению тока. В каждый момент времени ток в цепи определяется законом Ома $I = \xi_s / R$, или

$$IR = -L\frac{dI}{dt}. \qquad (46.1)$$

Разделив в выражении (46.1) переменные, получим $\frac{dI}{I} = -\frac{R}{L}dt$. Интегрируя это уравнение по I (от I_0 до I) и t (от 0 до t), находим $\ln(I/I_0) = -Rt/L$, или

$$I = I_0 e^{-t/\tau}, \qquad (46.2)$$

где $\tau = L/R$ — постоянная, называемая временем релаксации. Из формулы (46.2) следует, что τ есть время, в течение которого сила тока уменьшается в e раз.

Таким образом, в процессе отключения источника тока сила тока убывает по экспоненциальному закону (46.2) и определяется кривой 1 на рис. 73. Чем больше индуктивность цепи и меньше ее сопротивление, тем больше τ и, следовательно, тем медленнее уменьшается ток в цепи при ее размыкании.

При замыкании цепи, помимо внешней ЭДС ξ, возникает ЭДС самоиндукции, $\xi_S = -L\frac{dI}{dt}$, препятствующая, согласно правилу Ленца, возрастанию тока. По закону Ома, $IR = \xi + \xi_s$ или $IR = \xi - L\frac{dI}{dt}$.

Введя новую переменную $u = IR - \xi$, преобразуем это уравнение к виду

$$\frac{du}{u} = -\frac{dt}{\tau},$$

где τ — время релаксации.

В момент замыкания (t = 0) сила тока I = 0 и u = — ξ . Следовательно, интегрируя по u (от — ξ до IR— ξ) и t (от 0 до t), находим ln [(IR— ξ)]/— ξ = —t/τ, или

$$I = I_0\left(1 - e^{-t/\tau}\right), \qquad (46.3)$$

где $I_0 = \xi / R$ — установившийся ток (при $t \to \infty$).

Таким образом, в процессе включения источника тока нарастание силы тока в цепи задается функцией (46.3) и определяется кривой 2 на рис. 73. Сила тока возрастает от начального значения I = 0 и асимптотически стремится к установившемуся значению $I_0 = \xi / R$. Скорость нарастания тока определяется тем же временем релаксации $\tau = L/R$, что и убывание тока. Установление тока происходит тем быстрее, чем меньше индуктивность цепи и больше ее сопротивление.

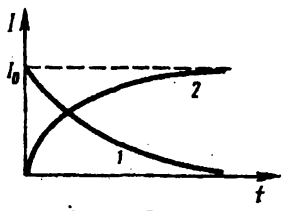


Рис. 73

Оценим значение ЭДС самоиндукции ξ_s, возникающей при мгновенном увеличении сопротивления цепи постоянного тока от R_0 до R. Предположим, что мы размыкаем контур, когда в нем течет установившийся ток $I_0 = \xi / R_0$. При размыкании цепи ток изменяется по формуле (46.2). Подставив в нее выражение для I_0 и τ, получим

$$I = \frac{\xi}{R_0} e^{-Rt/L}.$$

ЭДС самоиндукции

$$\xi_S = -L\frac{dI}{dt} = \frac{R}{R_0}\xi e^{-Rt/L},$$

т. е. при значительном увеличении сопротивления цепи (R/R_0 >> 1), обладающей большой индуктивностью, ЭДС самоиндукции может во много раз превышать ЭДС источника тока, включенного в цепь. Таким образом, необходимо учитывать, что контур, содержащий индуктивность, нельзя резко размыкать, так как возникновение значительных ЭДС самоиндукции может привести к пробою изоляции и выводу из строя

измерительных приборов. Если в контур сопротивление вводить постепенно, то ЭДС самоиндукции не достигнет больших значений.

§ 47. Взаимная индукция

Рассмотрим два неподвижных контура (1 и 2), расположенных достаточно близко друг от друга (рис. 74). Если в контуре 1 течет ток I_1, то магнитный поток, создаваемый этим током (поле, создающее этот поток, на рисунке изображено сплошными линиями), пропорционален I_1. Обозначим через Φ_{21} ту часть потока, которая пронизывает контур 2. Тогда

$$\Phi_{21} = L_{21} \cdot I_1, \qquad (47.1)$$

где L_{21} — коэффициент пропорциональности.

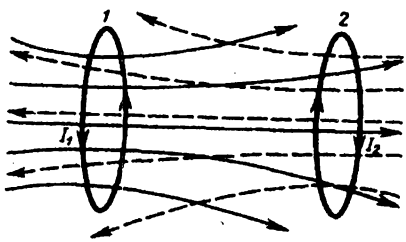


Рис. 74

Если ток I_1 изменяется, то в контуре 2 индуцируется ЭДС ξ_{i2}, которая по закону Фарадея [см. формулу (42.2)] равна и противоположна по знаку скорости изменения магнитного потока Φ_{21} созданного током в первом контуре и пронизывающего второй:

$$\xi_{i2} = -\frac{d\Phi_{21}}{dt} = -L_{21}\frac{dI_1}{dt}.$$

Аналогично, при протекании в контуре 2 тока I_2 магнитный поток (его поле изображено на рис. 74 штриховыми линиями) пронизывает первый контур. Если Φ_{12} — часть этого потока, пронизывающего контур 1, то $\Phi_{12} = L_{12} \cdot I_2$.

Если ток I_2 изменяется, то в контуре 1 индуцируется ЭДС ξ_{i1}, которая равна и противоположна по знаку скорости изменения магнитного

потока Φ_{12}, созданного током во втором контуре и пронизывающего первый:

$$\xi_{i1} = -\frac{d\Phi_{12}}{dt} = -L_{12}\frac{dI_2}{dt}.$$

Явление возникновения ЭДС в одном из контуров при изменении силы тока в другом называется **взаимной индукцией**. Коэффициенты пропорциональности L_{21} и L_{12} называются взаимной индуктивностью контуров. Расчеты, подтверждаемые опытом, показывают, что L_{21} и L_{12} равны друг другу, т. е.

$$L_{21} = L_{12}. \qquad (47.2)$$

Коэффициенты L_{21} и L_{12} зависят от геометрической формы, размеров, взаимного расположения контуров и от магнитной проницаемости окружающей контуры среды. Единица взаимной индуктивности та же, что и для индуктивности, — генри (Гн).

Рассчитаем взаимную индуктивность двух катушек, намотанных на общий тороидальный сердечник. Этот случай имеет большое практическое значение (рис. 75). Магнитная индукция поля, создаваемого первой катушкой с числом витков N_1, током I_1 и магнитной проницаемостью μ сердечника, согласно формуле (36.2), $B = \mu_0\mu\frac{N_1 I_1}{l}$, где l — длина сердечника по средней линии. Магнитный поток сквозь один виток второй катушки $\Phi_2 = BS = \mu_0\mu\frac{N_1 I_1}{l}S$.

Тогда полный магнитный поток (потокосцепление) сквозь вторичную обмотку, содержащую N_2 витков,

$$\Psi = \Phi_2 N_2 = \mu_0\mu\frac{N_1 N_2}{l}SI_1.$$

Поток Ψ создается током I_1, поэтому, согласно (47.1), получаем

$$L_{21} = \frac{\Psi}{I_1} = \mu_0\mu\frac{N_1 N_2}{l}S. \qquad (47.3)$$

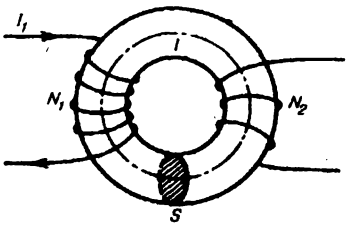


Рис. 75

Если вычислить магнитный поток, создаваемый катушкой 2 сквозь катушку 1, то для L_{12} получим выражение в соответствии с формулой (47.3). Таким образом, взаимная индуктивность двух катушек, намотанных на общий тороидальный сердечник

$$L_{21} = L_{12} = \mu_0 \mu \frac{N_1 N_2}{l} S .$$

§ 48. Трансформаторы

Принцип действия трансформаторов, применяемых для повышения или понижения напряжения переменного тока, основан на явлении взаимной индукции. Впервые трансформаторы были сконструированы и введены в практику русским электротехником П.Н. Яблочковым (1847—1894) и русским физиком И. Ф. Усагиным (1855—1919). Принципиальная схема трансформатора показана на рис. 76. Первичная и вторичная катушки (обмотки), имеющие соответственно N_1 и N_2 витков, укреплены на замкнутом железном сердечнике. Так как концы первичной обмотки присоединены к источнику переменного напряжения с ЭДС ξ_1, то в ней возникает переменный ток I_1, создающий в сердечнике трансформатора переменный магнитный поток Ф, который практически полностью локализован в железном сердечнике и, следовательно, почти целиком пронизывает витки вторичной обмотки. Изменение этого потока вызывает во вторичной обмотке появление ЭДС взаимной индукции, а в первичной — ЭДС самоиндукции. Ток I_1 первичной обмотки определяется согласно закону Ома:

$$\xi_1 - \frac{d}{dt}(N_1 \Phi) = I_1 R_1 ,$$

где R_1 — сопротивление первичной обмотки. Падение напряжения $I_1 R_1$

на сопротивлении R_1 при быстропеременных полях мало по сравнению с каждой из двух ЭДС, поэтому

$$\xi_1 \approx N_1 \frac{d\Phi}{dt}. \qquad (48.1)$$

ЭДС взаимной индукции, возникающая во вторичной обмотке

$$\xi_2 = -\frac{d(N_2\Phi)}{dt} = -N_2 \frac{d\Phi}{dt}. \qquad (48.2)$$

Сравнивая выражения (48.1) и (48.2), получим, что ЭДС, возникающая во вторичной обмотке

$$\xi_2 = -\frac{N_2}{N_1}\xi_1, \qquad (48.3)$$

где знак минус показывает, что ЭДС в первичной и вторичной обмотках противоположны по фазе.

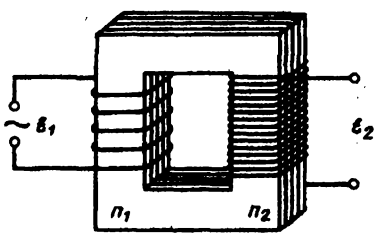


Рис. 76

Отношение числа витков N_2/N_1, показывающее, во сколько раз ЭДС во вторичной обмотке трансформатора больше (или меньше), чем в первичной, называется **коэффициентом трансформации**.

Пренебрегая потерями энергии, которые в современных трансформаторах не превышают 2% и связаны в основном с выделением в обмотках джоулевой теплоты и появлением вихревых токов, и, применяя закон сохранения энергии, можем записать, что мощности тока в обеих обмотках трансформатора практически одинаковы:

$$\xi_2 I_2 \approx \xi_1 I_1,$$

откуда, учитывая соотношение (48.3), найдем

$$\xi_2 / \xi_1 = I_1 / I_2 = N_2 / N_1,$$

т. е. токи в обмотках обратно пропорциональны числу витков в этих обмотках.

Если $N_2/N_1>1$, то имеем дело с повышающим трансформатором, увеличивающим переменную ЭДС и понижающим ток (применяется, например, для передачи электроэнергии на большие расстояния, так как в данном случае потери на джоулеву теплоту, пропорциональные квадрату силы тока, снижаются); если $N_2/N_1<1$, то имеем дело с понижающим трансформатором, уменьшающим ЭДС и повышающим ток (применяется, например, при электросварке, так как для нее требуется большой ток при низком напряжении).

Мы рассматривали трансформаторы, имеющие только две обмотки. Однако трансформаторы, используемые в радиоустройствах, имеют 4—5 обмоток, обладающих разными рабочими напряжениями. Трансформатор, состоящий из одной обмотки, называется автотрансформатором. В случае повышающего автотрансформатора ЭДС подводится к части обмотки, а вторичная ЭДС снимается со всей обмотки. В понижающем автотрансформаторе напряжение сети подается на всю обмотку, а вторичная ЭДС снимается с части обмотки.

§ 49. Энергия магнитного поля

Проводник, по которому протекает электрический ток, всегда окружен магнитным полем, причем магнитное поле появляется и исчезает вместе с появлением и исчезновением тока. Магнитное поле, подобно электрическому, является носителем энергии. Естественно предположить, что энергия магнитного поля равна работе, которая затрачивается током на создание этого поля.

Рассмотрим контур индуктивностью L, по которому течет ток I. С данным контуром сцеплен магнитный поток [см. формулу (45.1)] $\Phi = L \cdot I$, причем при изменении тока на dI магнитный поток изменяется на $d\Phi = LdI$. Однако для изменения магнитного потока на величину $d\Phi$ (см. § 37) необходимо совершить работу $dA = Id\Phi = LIdI$. Тогда работа по созданию магнитного потока Ф будет равна

$$A = \int_0^I LIdI = LI^2/2.$$

Следовательно, энергия магнитного поля, связанного с контуром,

$$W = LI^2/2. \qquad (49.1)$$

Исследование свойств переменных магнитных полей, в частности распространения электромагнитных волн, явилось доказательством того, что энергия магнитного поля локализована в пространстве. Это соответствует представлениям теории поля.

Энергию магнитного поля можно представить как функцию величин, характеризующих это поле в окружающем пространстве. Для этого рассмотрим частный случай — однородное магнитное поле внутри длинного соленоида. Подставив в формулу (49.1) выражение (45.2), получим

$$W = \frac{1}{2}\mu_0\mu\frac{N^2I^2}{l}S.$$

Так как $I = Bl/(\mu_0\mu N)$ [см. формулу (36.2)] и $B = \mu_0\mu H$ [см. формулу (28.3)], то

$$W = \frac{B^2}{2\mu_0\mu}V = \frac{BH}{2}V, \qquad (49.2)$$

где $Sl = V$ — объем соленоида.

Магнитное поле соленоида однородно и сосредоточено внутри него, поэтому энергия [см. формулу (49.2)] заключена в объеме соленоида и распределена в нем с постоянной объемной плотностью

$$w = \frac{W}{V} = \frac{B^2}{2\mu_0\mu} = \frac{\mu_0\mu H^2}{2} = \frac{BH}{2}. \qquad (49.3)$$

Выражение (49.3) для объемной плотности энергии магнитного поля имеет вид, аналогичный формуле (14.8) для объемной плотности энергии электростатического поля, с той разницей, что электрические величины заменены в нем магнитными. Формула (49.3) выведена для однородного поля, но она справедлива и для неоднородных полей. Выражение (49.3) справедливо только для сред, для которых зависимость B от H линейная, т. е. оно относится только к пара- и диамагнетикам (см. § 40).

Глава 5. Основы теории Максвелла для электромагнитного поля

§ 50. Вихревое электрическое поле

Из закона Фарадея [см. формулу (42.2)] $\xi_i = -d\Phi/dt$ следует, что любое изменение сцепленного с контуром потока магнитной индукции приводит к возникновению электродвижущей силы индукции и вследствие этого появляется индукционный ток. Следовательно, возникновение ЭДС электромагнитной индукции возможно и в неподвижном контуре, находящемся в переменном магнитном поле. Однако ЭДС в любой цепи возникает только тогда, когда в ней на носители тока действуют сторонние силы — силы неэлектростатического происхождения (см. § 16). Поэтому встает вопрос о природе сторонних сил в данном случае.

Опыт показывает, что эти сторонние силы не связаны ни с тепловыми, ни с химическими процессами в контуре; их возникновение также нельзя объяснить силами Лоренца, так как они на неподвижные заряды не действуют. Максвелл высказал гипотезу, что всякое переменное магнитное поле возбуждает в окружающем пространстве электрическое поле, которое и является причиной возникновения индукционного тока в контуре. Согласно представлениям Максвелла, контур, в котором появляется ЭДС, играет второстепенную роль, являясь своего рода лишь "прибором", обнаруживающим это поле.

Итак, по Максвеллу, изменяющееся во времени магнитное поле порождает электрическое поле $\vec{E}_B$, циркуляция которого, по формуле (42.3)

$$\int_L \vec{E}_B d\vec{l} = \int_L E_{Bl} dl = -\frac{d\Phi}{dt}, \qquad (50.1)$$

где E_{Bl} — проекция вектора $\vec{E}_B$ на направление $d\vec{l}$.

Подставив в формулу (50.1) выражение $\Phi = \int_S \vec{B} d\vec{S}$ [см. формулу (37.2)], получим

$$\int_L \vec{E}_B d\vec{l} = -\frac{d}{dt}\int_S \vec{B} d\vec{S}.$$

Если поверхность и контур неподвижны, то операции дифференцирования и интегрирования можно поменять местами. Следовательно

$$\int_L \vec{E}_B d\vec{l} = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S}, \qquad (50.2)$$

где символ частной производной подчеркивает тот факт, что интеграл $\int_S \vec{B} d\vec{S}$ является функцией только от времени.

Согласно формуле (3.5), циркуляция вектора напряженности электростатического поля (обозначим его $\vec{E}_Q$) вдоль любого замкнутого контура равна нулю:

$$\int_L \vec{E}_Q d\vec{l} = \int_L E_{Ql} dl = 0. \qquad (50.3)$$

Сравнивая выражения (50.1) и (50.3), видим, что между рассматриваемыми полями ($\vec{E}_B$ и $\vec{E}_Q$) имеется принципиальное различие: циркуляция вектора $\vec{E}_B$ в отличие от циркуляции вектора $\vec{E}_Q$ не равна нулю. Следовательно, электрическое поле $\vec{E}_B$, порождаемое магнитным полем, как и само магнитное поле (см. § 35), является полем с замкнутыми силовыми линиями, т. е. **вихревым электрическим полем**.

§ 51. Ток смещения

Согласно Максвеллу, если всякое переменное магнитное поле возбуждает в окружающем пространстве вихревое электрическое поле, то должно существовать и обратное явление: всякое изменение электрического поля должно вызывать появление в окружающем пространстве вихревого магнитного поля. Для установления

количественных соотношений между изменяющимся электрическим полем и вызываемым им магнитным полем Максвелл ввел в рассмотрение так называемый ток смещения.

Рассмотрим цепь переменного тока, содержащую конденсатор (рис. 77). Между обкладками заряжающегося и разряжающегося конденсатора имеется переменное электрическое поле, поэтому, согласно Максвеллу, через конденсатор "протекают" токи смещения, причем в тех участках, где отсутствуют проводники.

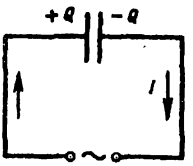


Рис. 77

Найдем количественную связь между изменяющимся электрическим и вызываемым им магнитным полями. По Максвеллу, переменное электрическое поле в конденсаторе в каждый момент времени создает такое магнитное поле, как если бы между обкладками конденсатора существовал ток смещения, равный току в подводящих проводах. Тогда можно утверждать, что токи проводимости (I) и смещения ($I_{см}$) равны: $I = I_{CM}$.

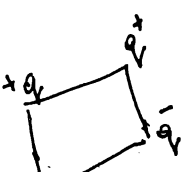
Ток проводимости вблизи обкладок конденсатора

$$I = \frac{dQ}{dt} = \frac{d}{dt}\int_S \sigma dS = \int_S \frac{\partial \sigma}{\partial t} dS = \int_S \frac{\partial D}{\partial t} dS, \qquad (51.1)$$

поверхностная плотность заряда σ на обкладках равна электрическому смещению D в конденсаторе [см. формулу (11.1)]. Подынтегральное выражение в (51.1) можно рассматривать как частный случай скалярного произведения $\frac{\partial \vec{D}}{\partial t} d\vec{S}$, когда $\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$ и $d\vec{S}$ взаимно параллельны. Поэтому для общего случая можно записать

$$I = \int_S \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} d\vec{S}.$$

Сравнивая это выражение с $I = I_{\text{СМ}} = \int_S \vec{j}_{\text{СМ}} d\vec{S}$ [см. формулу (15.2)], имеем



$$\vec{j}_{см} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}. \qquad (51.2)$$

Выражение (51.2) и было названо Максвеллом плотностью тока смещения.

Рассмотрим, каково же направление векторов плотностей токов проводимости и смещения $\vec{j}$ и $\vec{j}_{см}$. При зарядке конденсатора (рис. 78, а) через проводник, соединяющий обкладки, ток течет от правой обкладки к левой; поле в конденсаторе усиливается, следовательно, $\frac{\partial \vec{D}}{\partial t} > 0$, т.е. вектор $\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$ направлен в ту же сторону, что и $\vec{D}$. Из рисунка видно, что направления векторов $\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$ и $\vec{j}$ совпадают. При разрядке конденсатора (рис. 78, б) через проводник, соединяющий обкладки, ток течет от левой обкладки к правой; поле в конденсаторе ослабляется; следовательно, $\frac{\partial \vec{D}}{\partial t} < 0$, т. е. вектор $\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$ направлен противоположно вектору $\vec{D}$. Однако вектор $\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$ направлен опять так же, как и вектор $\vec{j}$. Из разобранных примеров следует, что направление вектора $\vec{j}$, а следовательно, и вектора $\vec{j}_{см}$, совпадает с направлением вектора $\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$, как это и следует из формулы (51.2).

Подчеркнем, что из всех физических свойств, присущих току проводимости, Максвелл приписал току смещения лишь одно — способность создавать в окружающем пространстве магнитное поле. Таким образом, ток смещения (в вакууме или веществе) создает в окружающем пространстве магнитное поле (линии индукции магнитных полей токов смещения при зарядке и разрядке конденсатора показаны на рис. 78 штриховыми линиями).

В диэлектриках ток смещения состоит из двух слагаемых. Так как, согласно формуле (9.2), $\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$, где $\vec{E}$ — напряженность

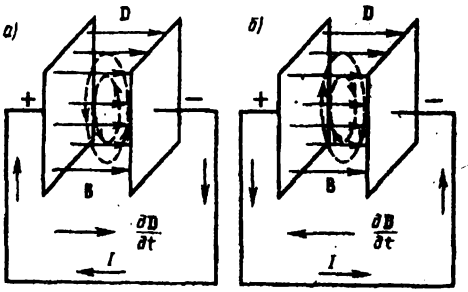


Рис. 78

электростатического поля, а $\vec{P}$ — поляризованность (см. § 9.2), то плотность тока смещения

$$j_{\text{см}} = \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \frac{\partial \vec{P}}{\partial t}, \qquad (51.3)$$

где $\varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$ — плотность тока смещения в вакууме; $\frac{\partial \vec{P}}{\partial t}$ — плотность тока поляризации – тока, обусловленного упорядоченным движением электрических зарядов в диэлектрике (смещение зарядов в неполярных молекулах или поворот диполей в полярных молекулах). Возбуждение магнитного поля токами поляризации правомерно, так как токи поляризации по своей природе не отличаются от токов проводимости. Однако то, что и другая часть плотности тока смещения $\varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$, не связанная с движением зарядов, а обусловленная только изменением электрического поля во времени, также возбуждает магнитное поле, является принципиально новым утверждением Максвелла. Даже в вакууме всякое изменение во времени электрического поля приводит к возникновению в окружающем пространстве магнитного поля.

Следует отметить, что название "ток смещения" является условным, а точнее — исторически сложившимся, так как ток смещения по своей сути — это изменяющееся со временем электрическое поле. Ток смещения поэтому существует не только в вакууме или диэлектриках, но и внутри проводников, по которым проходит переменный ток. Однако в данном случае он пренебрежимо мал по сравнению с током проводимости. Наличие токов смещения подтверждено

экспериментально А. А. Эйхенвальдом, изучавшим магнитное поле тока поляризации, который, как следует из формулы (51.3), является частью тока смещения.

Максвелл ввел понятие полного тока, равного сумме токов проводимости (а также конвекционных токов) и смещения. Плотность полного тока

$$\vec{j}_{\text{полн}} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}.$$

Введя понятия тока смещения и полного тока, Максвелл по-новому подошел к рассмотрению замкнутости цепей переменного тока. Полный ток в них всегда замкнут, т. е. на концах проводника обрывается лишь ток проводимости, а в диэлектрике (вакууме) между концами проводника имеется ток смещения, который замыкает ток проводимости.

Максвелл обобщил теорему о циркуляции вектора $\vec{H}$ [см. формулу (41.10)], введя в ее правую часть полный ток $I_{полн} = \int_S \vec{j}_{полн} d\vec{S}$ сквозь поверхность S, натянутую на замкнутый контур L. Тогда обобщенная теорема о циркуляции вектора $\vec{H}$ запишется в виде

$$\int_L \vec{H} d\vec{l} = \int_S \left(\vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) d\vec{S}. \qquad (51.4)$$

Выражение (51.4) справедливо всегда, свидетельством чего является полное соответствие теории и опыта.

§ 52. Уравнения Максвелла для электромагнитного поля

Введение понятия тока смещения привело Максвелла к созданию макроскопической теории электромагнитного поля, позволившей с единой точки зрения не только объяснить электрические и магнитные явления, но и предсказать новые, существование которых было впоследствии подтверждено.

В основе теории Максвелла лежат рассмотренные выше четыре уравнения:

1. Электрическое поле (см. § 51) может быть как потенциальным

($\vec{E}_Q$), так и вихревым ($\vec{E}_B$), поэтому напряженность суммарного поля $\vec{E} = \vec{E}_Q + \vec{E}_B$. Так как циркуляция вектора $\vec{E}_Q$ равна нулю [см. формулу (50.3)], а циркуляция вектора $\vec{E}_B$ определяется выражением (50.2), то циркуляция вектора напряженности суммарного поля

$$\oint_L \vec{E} d\vec{l} = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S}.$$

Это уравнение показывает, что источниками электрического поля могут быть не только электрические заряды, но и изменяющиеся во времени магнитные поля.

2. Обобщенная теорема о циркуляции вектора $\vec{H}$ [см. формулу (51.4)]:

$$\int_L \vec{H} d\vec{l} = \int_S \left(\vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) d\vec{S}.$$

Это уравнение показывает, что магнитные поля могут возбуждаться либо движущимися зарядами (электрическими токами), либо переменными электрическими полями.

3. Теорема Гаусса для поля $\vec{D}$ [см. формулу (9.3)]:

$$\int_S \vec{D} d\vec{S} = Q. \qquad (52.1)$$

Если заряд распределен внутри замкнутой поверхности непрерывно с объемной плотностью ρ, то формула (52.1) запишется в виде

$$\int_S \vec{D} d\vec{S} = \int_V \rho dV.$$

4. Теорема Гаусса для поля $\vec{B}$ [см. формулу (37.3)]:

$$\int_S \vec{B} d\vec{S} = 0.$$

Итак, полная система уравнений Максвелла в интегральной форме:

$$\int_L \vec{E}d\vec{l} = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}d\vec{S}; \qquad \int_S \vec{D}d\vec{S} = \int_V \rho dV;$$

$$\int_L \vec{H}d\vec{l} = \int_S \left(\vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}\right)d\vec{S}; \qquad \int_S \vec{B}d\vec{S} = 0.$$

Величины, входящие в уравнения Максвелла, не являются независимыми, так как между ними существует следующая связь (изотропные несегнетоэлектрические и неферромагнитные среды):

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon \vec{E}, \quad \vec{B} = \mu_0 \mu \vec{H}, \quad \vec{j} = \gamma \vec{E},$$

где ε_0 и μ_0 — соответственно электрическая и магнитная постоянные; ε и μ — соответственно диэлектрическая и магнитная проницаемости; γ — удельная проводимость вещества.

Из уравнений Максвелла вытекает, что источниками электрического поля могут быть либо электрические заряды, либо изменяющиеся во времени магнитные поля, а магнитные поля могут возбуждаться либо движущимися электрическими зарядами (электрическими токами), либо переменными электрическими полями. Уравнения Максвелла не симметричны относительно электрического и магнитного полей. Это связано с тем, что в природе существуют электрические заряды, но нет зарядов магнитных.

Для стационарных полей (E = const и B = const) уравнения Максвелла примут вид

$$\int_L \vec{E}d\vec{l} = 0; \quad \int_S \vec{D}d\vec{S} = Q; \quad \int_L \vec{H}d\vec{l} = 0; \quad \int_S \vec{B}d\vec{S} = 0,$$

т. е. источниками электрического поля в данном случае являются только электрические заряды, источниками магнитного — только токи проводимости. В данном случае электрические и магнитные поля независимы друг от друга, что и позволяет изучать отдельно постоянные электрическое и магнитное поля.

Уравнения Максвелла — наиболее общие уравнения для электрических и магнитных полей в покоящихся средах. Они играют в учении об электромагнетизме такую же роль, как законы Ньютона в механике. Из уравнений Максвелла следует, что переменное магнитное поле всегда связано с порождаемым им электрическим полем, а переменное электрическое поле всегда связано с порождаемым им магнитным, т. е. электрическое и магнитное поля неразрывно связаны друг с другом — они образуют единое электромагнитное поле.

Теория Максвелла, являясь обобщением основных законов электрических и магнитных явлений, не только смогла объяснить уже известные экспериментальные факты, что также является важным ее следствием, но и предсказала новые явления. Одним из важных выводов этой теории явилось существование магнитного поля токов смещения (см. § 52), что позволило Максвеллу предсказать существование электромагнитных волн — переменного электромагнитного поля, распространяющегося в пространстве с конечной скоростью. В дальнейшем было доказано, что скорость распространения свободного электромагнитного поля (не связанного с зарядами и токами) в вакууме равна скорости света $c = 3 \cdot 10^8$ м/с. Этот вывод и теоретическое исследование свойств электромагнитных волн привели Максвелла к созданию электромагнитной теории света, согласно которой свет представляет собой также электромагнитные волны. Электромагнитные волны на опыте были получены немецким физиком Г. Герцем (1857—1894), доказавшим, что законы их возбуждения и распространения полностью описываются уравнениями Максвелла. Таким образом, теория Максвелла была экспериментально подтверждена.

К электромагнитному полю применим только принцип относительности Эйнштейна, так как факт распространения электромагнитных волн в вакууме во всех системах отсчета с одинаковой скоростью c не совместим с принципом относительности Галилея.

Согласно принципу относительности Эйнштейна, механические, оптические и электромагнитные явления во всех инерциальных системах отсчета протекают одинаково, т. е. описываются одинаковыми уравнениями. Уравнения Максвелла инвариантны относительно преобразований Лоренца: их вид не меняется при переходе от одной инерциальной системы отсчета к другой, хотя величины $\vec{E}, \vec{B}, \vec{D}, \vec{H}$ в них преобразуются по определенным правилам.

Из принципа относительности вытекает, что отдельное рассмотрение электрического и магнитного полей имеет относительный

смысл. Так, если электрическое поле создается системой неподвижных зарядов, то эти заряды, являясь неподвижными относительно одной инерциальной системы отсчета, движутся относительно другой и, следовательно, будут порождать не только электрическое, но и магнитное поле. Аналогично, неподвижный относительно одной инерциальной системы отсчета проводник с постоянным током, возбуждая в каждой точке пространства постоянное магнитное поле, движется относительно других инерциальных систем, и создаваемое им переменное магнитное поле возбуждает вихревое электрическое поле.

Таким образом, теория Максвелла, ее экспериментальное подтверждение, а также принцип относительности Эйнштейна приводят к единой теории электрических, магнитных и оптических явлений, базирующейся на представлении об электромагнитном поле.

ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

1. *Составьте логическую схему базы знаний по теме юниты.*

2. Заполните таблицу физическими величинами, которые имеют аналогии в электрическом и магнитных полях.

Величины, описывающие электрическое поле		Величины, описывающие магнитное поле	
Обозначение	Единицы измерения	Обозначение	Единицы измерения

3. Расставьте хронологически персоналии, приведенные в тексте. Укажите их вклад в развитие электродинамики.

4. Электростатика, являясь научной теорией, включает в себя следующие части: 1) опытные факты; 2) модели; 3) физические величины; 4) исходные принципы (законы); 5) частные законы и следствия; 6) эксперимент и наблюдения, проверяющие законы; 7) границы применимости.

Используя тематический обзор, выпишите тематические понятия, соответствующие каждому разделу.

ТРЕНИНГ УМЕНИЙ

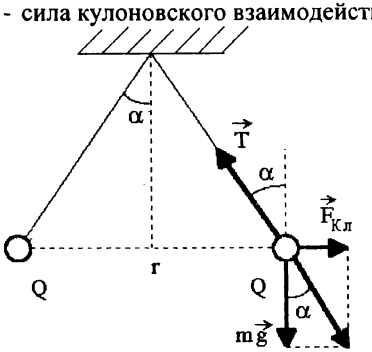
1. Пример выполнения упражнения тренинга на умение 1

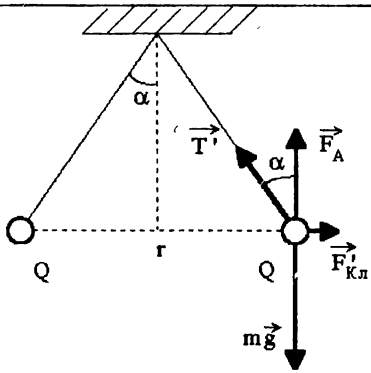
Задание

Два заряженных шарика, подвешенные на нитях одинаковой длины, опускают в керосин, плотность которого 0,8 г/см^3. Какой должна быть плотность материала шариков, чтобы угол расхождения нитей в воздухе и керосине был один и тот же? Диэлектрическая проницаемость керосина $\varepsilon = 2$.

Решение

Выполните последовательность алгоритма, указанную в перечне для умения № 1

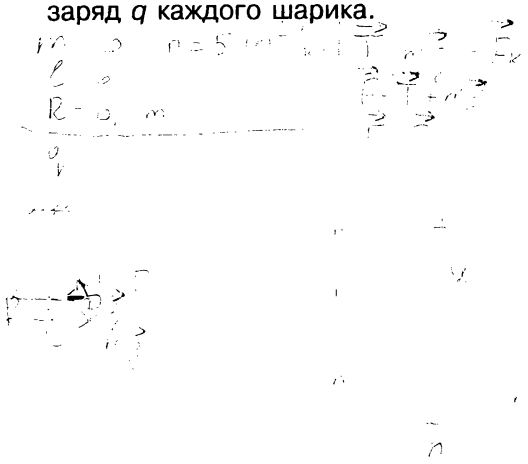
№ п/п	Алгоритм	Конкретное соответствие данной ситуации предложенному алгоритму
1	2	3
1	Найти все силы, действующие на тело, включая кулоновскую силу, и изобразить их (направление кулоновской силы зависит от знаков зарядов взаимодействующих тел).	До погружения в керосин на каждый шарик действуют: - сила тяжести; - сила натяжения нити; - сила кулоновского взаимодействия  После погружения в керосин на каждый шарик действуют: - сила тяжести; - сила натяжения нити; - сила кулоновского взаимодействия; - сила Архимеда

1	2	3
		
2	Записать второй закон Ньютона в векторной форме и перейти к скалярной записи, заменив все векторы их проекциями на оси, учитывая, что система находится в равновесии.	До погружения в керосин шарики будут находится в равновесии, если равнодействующая силы тяжести и силы кулоновского отталкивания уравновешиваются $m\vec{a} = \vec{F}_g + \vec{F}_K + \vec{T}$; $0 = \vec{F}_g + \vec{F}_K + \vec{T}$. На x: $F_K = T\sin\alpha$. На y: $F_g = T\cos\alpha$. Следовательно, $F_K = F_g\,\mathrm{tg}\alpha$. После погружения аналогично можно получить $F'_K = (F_g - F_A)\,\mathrm{tg}\alpha$.
3	Исходя из физической природы сил, выразить силы через физические величины, от которых они зависят, и подставить их в закон Ньютона. Присутствие среды в задаче учитывается в формуле кулоновской силы.	Подставляя силы в явном виде: $F_g = mg = \rho gV$, $F'_K = F_K/\varepsilon$, $F_A = \rho_k gV$, получаем $F_K = \rho gVtg\alpha$, $F_K\varepsilon = (\rho gV - \rho_k gV)\,\mathrm{tg}\alpha$.
4	Решить систему уравнений относительно искомых величин	Приравнивая кулоновские силы, решаем $(mg - \rho_k gV)tg\alpha = (mg\,\mathrm{tg}\alpha)/\varepsilon$ или $\varepsilon(\rho gV - \rho_k gV) = \rho gV$, откуда искомая плотность материала шарика $\rho = \dfrac{\varepsilon\rho_k}{\varepsilon - 1}$. $\rho = \dfrac{2\cdot 0{,}8\cdot 10^3\,кг/м^3}{2-1} = 1{,}6\cdot 10^3\,кг/м^3$.

Выполните самостоятельно следующие задания

Задание 1.1

Два одинаковых шарика массой m = 0,5 г подвешены в вакууме на нитях длиной L = 0,3 м к одной точке. После получения шариками одинаковых зарядов они разошлись на расстояние r = 0,1 м. Найдите заряд q каждого шарика.



Здание 1.2

Три одинаковых отрицательных заряда $q = -9 \cdot 10^{-9}$ Кл расположены в вершинах равностороннего треугольника. Какой заряд Q надо поместить в центре треугольника, чтобы система находилась в равновесии?

Задание 1.3

Четыре одинаковых положительных точечных заряда $q = 3 \cdot 10^{-9}$ Кл закреплены в вершинах квадата со стороной $a = 10$ см. Найдите силу, действующую со стороны трех зарядов на четвертый.

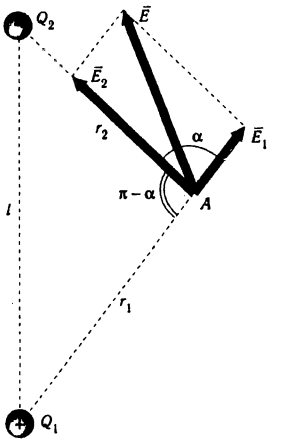
2. Пример выполнения упражнения тренинга на умение 2

Задание

Расстояние между двумя точечными зарядами 2 нКл и -3 нКл, расположенными в вакууме, равно 20 см. Определите напряженность и потенциал поля, создаваемого этими зарядами в точке, удаленной от первого заряда на растояние 15 см и от второго заряда на расстояние 10 см.

Решение

Выполните последовательность алгоритма, указанную в перечне для умения № 2.

№ п/п	Алгоритм	Конкретное соответствие данной ситуации предложенному алгоритму
1	Определить, какие заряды создают поле в данной точке.	
2	Для каждого заряда записать напряженность и потенциал, которые он создает в этой точке. .	Напряженности электрических полей, создаваемых в вакууме зарядами Q_1 и Q_2, $E_1 = \frac{\lvert Q_1\rvert}{4\pi\varepsilon_0 r_1^2}$, $E_2 = \frac{\lvert Q_2\rvert}{4\pi\varepsilon_0 r_2^2}$. Потенциалы электрических полей, создаваемых в вакууме зарядами Q_1 и Q_2, $\varphi_1 = \frac{\lvert Q_1\rvert}{4\pi\varepsilon_0 r_1}$, $\varphi_2 = \frac{\lvert Q_2\rvert}{4\pi\varepsilon_0 r_2}$.
3	Вычислить суммарную напряженность и суммарный потенциал по принципу суперпозиции полей $\vec{E} = \sum_{i=1}^{n} \vec{E}_i$ и $\varphi = \sum_{i=1}^{n} \varphi_i$.	Согласно принципу суперпозиции, $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$. Модуль вектора $\vec{E}$ находится по теореме косинусов: $E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2 + 2E_1E_2\cos\alpha}$, $\cos\alpha = \frac{l^2 - r_1^2 - r_2^2}{2r_1r_2} = 0{,}25$. Окончательная формула будет выглядеть так: $E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sqrt{\frac{Q_1^2}{r_1^4} + \frac{Q_2^2}{r_2^4} + 2\frac{\lvert Q_1\rvert\lvert Q_2\rvert}{r_1^2 r_2^2}\cos\alpha}$. $E = 3\cdot10^3$ В/м. Согласно принципу суперпозиции, $\varphi = \varphi_1 + \varphi_2$. Откуда $\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{Q_1}{r_1} + \frac{Q_2}{r_2}\right)$. $\varphi = -150$В.

Выполните самостоятельно следующие задания

Здание 2.1

В вершинах квадрата со стороной l расположены одинаковые заряды q. Чему равна напряженность на расстоянии $d = 2l$ от центра квадрата: 1) на продолжении диагонали; 2) на прямой, проходящей через центр квадрата и параллельной его стороне?

Здание 2.2

Три одинаковых заряда, каждый из которых равен $q = -2 \cdot 10^{-8}$ Кл, расположены в вершинах равностороннего треугольника со стороной $a = 10$ см. Какую работу A нужно совершить, чтобы перенести один из них на середину противоположной стороны?

Задание 2.3

Четыре одинаковых заряженных маленьких шарика, заряды которых q и массы m, расположены в вершинах квадрата со стороной a. Какой максимальной скорости достигнут шарики, если их отпустить?

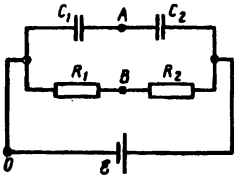
3. Пример выполнения упражнения тренинга на умение 3

Задание

К двум последовательно соединенным сопротивлениям R_1 = 3 Ом и R_2 = 6 Ом параллельно подключены два последовательно соединенных конденсатора C_1 = 1 мкФ и C_2 = 2 мкФ. Данный участок подключен к источнику электрической энергии с ЭДС 12 В и внутренним сопротивлением 1 Ом. Найти ток в цепи и заряд накопленный каждым конденсатором.

Решение

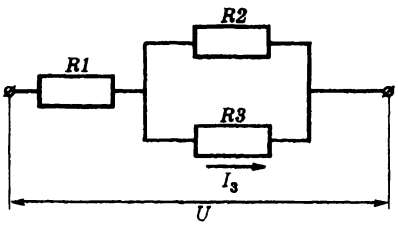
Выполните последовательность алгоритма, указанную в перечне для умения № 3

№ п/п	Алгоритм	Конкретное соответствие данной ситуации предложенному алгоритму
1	Начертить схему и указать на ней все элементы цепи: источники тока, сопротивления и конденсаторы.	
2	Установить (если схема дается в готовом виде), какие элементы цепи включены последовательно, а какие параллельно.	По условию задачи к двум последовательно соединенным сопротивлениям параллельно подключены два последовательно соединенных конденсатора.
3	Расставить токи на каждом участке цепи и записать для каждого участка уравнения, связывающие токи, напряжения и сопротивления.	Общее сопротивление цепи найдем по формулам последовательного соединения проводников: $R_{об} = R_1 + R_2 + r$. Напряжение на участке АВ $U_{AB} = \xi - Ir$. Разность потенциалов на двух конденсаторах, соединенных последовательно, будет также равна U_{AB}. Учитывая способ соединения конденсаторов, заметим, что заряд у них будет одинаков и равен $q = U_{AB}\frac{C_1C_2}{C_1 + C_2}$.
4	Используя закон Ома или формулу для напряжения, установить связь между токами напряжениями и ЭДС.	Найдем ток в цепи $I = \xi/(R_1 + R_2 + r)$. Тогда $U_{AB} = \frac{\xi(R_1 + R_2)}{R_1 + R_2 + r}$ и $q = \frac{\xi(R_1 + R_2)C_1C_2}{(R_1 + R_2 + r)(C_1 + C_2)}$.
5	Решить полученную систему уравнений	$I = 1{,}2$ А. $q = 7{,}2\ 10^{-6}$ Кл.

Выполните самостоятельно следующие задания

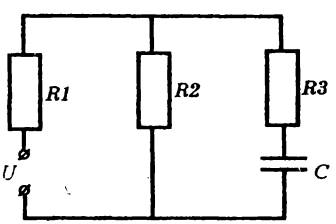
Задание 3.1

В цепи, схема которой представлена на рису[нке] $R_1 = 10$ Ом, $R_2 = 40$ Ом; приложенное к зажимам цепи напряжение U [=] 20 В. Определите сопротивление резистора R_3, если сила тока в нем $I_3 = 2$ А.



Задание 3.2

Каков заряд пластин конденсатора C в цепи, схема которой изображена на рисунке. Сопротивления резисторов R_1, R_2 и R_3 и напряжение U.



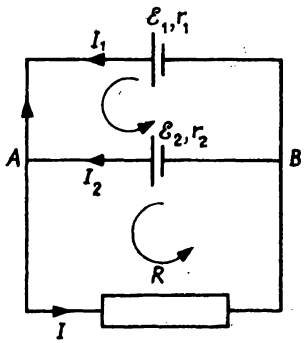
Задание 3.3

Два одинаковых сопротивления по r = 100 Ом, соединенных параллельно, и последовательно соединенное с ними сопротивление R = 200 Ом подключены к источнику постоянного тока. К концам параллельно соединенных сопротивлений подключен конденсатор емкостью C = 10 мкФ. Определить ЭДС ξ источника тока, если заряд на конденсаторе $q = 2{,}2 \cdot 10^{-4}$ Кл. Внутренним сопротивлением источника и сопротивлением проводов можно пренебречь.

4. Пример выполнения упражнения тренинга на умение 4

Задание

Рассчитать токи во всех участках цепи, изображенной на рисунке, если ξ_1 =2 В, ξ_2 =4 В, $r_1 = r_2$ = 2 Ом, R = 9 Ом.



Решение

Выполните последовательность алгоритма, указанную в перечне для умения № 4.

№ п/п	Алгоритм	Конкретное соответствие данной ситуации предложенному алгоритму
1	2	3
1	Выбрать произвольное направление токов на всех участках цепи; действительное направление токов определяется при решении задачи: если искомый ток получится положительным, то его направление было выбрано правильно, отрицательным — его истинное направление противоположно выбранному.	Выберем направление токов , как указано на рисунке. Для узла A запишем первое правило Кирхгофа: $I_1 + I_2 - I = 0$.
2	Выбрать направление обхода контура и строго его придерживаться; произведение IR положительно, если ток на данном участке совпадает с направлением обхода, и, наоборот, ЭДС, действующие по выбранному направлению обхода, считаются положительными, против — отрицательными.	Рассмотрим замкнутый контур ξ_1, R, направление обхода контура против часовой стрелки. Запишем второе правило Кирхгофа: $I_1 r + IR = \xi_1$. Также для контура ξ_2, R имеем $I_2 r + IR = \xi_2$.

1	2	3
3	Составить столько уравнений, чтобы их число было равно числу искомых величин (в систему уравнений должны входить все сопротивления и ЭДС рассматриваемой цепи); каждый рассматриваемый контур должен содержать хотя бы один элемент, не содержащийся в предыдущих контурах, иначе получатся уравнения, являющиеся простой комбинацией уже составленных.	Решим систему трех уравнений относительно трех неизвестных: $I_1 + I_2 - I = 0$ $I_1 r + IR = \xi_1$ $I_2 r + IR = \xi_2$.
4	Решить полученную систему уравнений.	Получим $I_1 = \frac{\xi_1 - I R}{r_1}$; $I_2 = \frac{\xi_2 - I R}{r_2}$, $I(1 + \frac{R}{r_1} + \frac{R}{r_2}) = \frac{\xi_1}{r_1} + \frac{\xi_2}{r_2}$. Окончательно, $I = \frac{\xi_1 r_2 + \xi_2 r_1}{r_1 r_2 + R(r_1 + r_2)} = 0{,}3$ А, $I_1 = -0{,}35$ А, $I_2 = 0{,}65$ А. Знак минус означает, что ток по участку цепи А ξ_1 В течет по направлении, обратном выбранному.

Выполните самостоятельно следующие задания

Задание 4.1

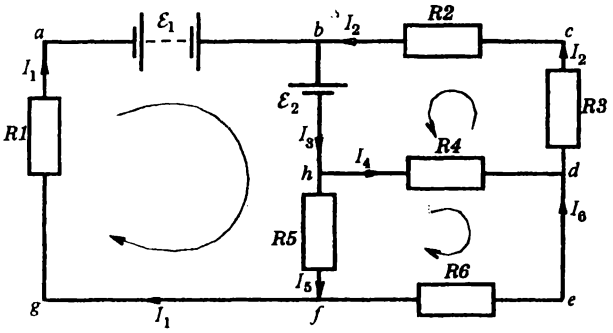
Динамомашина дает ЭДС $\xi_1 = 12$ В. Ее внутреннее сопротивление $r_1 = 0{,}2$ Ом. Она заряжает аккумуляторную батарею с ЭДС $\xi_2 = 10$ В и внутренним сопротивлением $r_2 = 0{,}6$ Ом. Параллельно батарее включена лампочка с сопротивлением $r_3 = 3$ Ом. Определить силу тока в батарее, в лампочке и в генераторе.

Задание 4.2

Два элемента с равными ЭДС ξ =2 В соединены параллельно (одинаковыми полюсами) и замкнуты на внешнее сопротивление *R*. Внутренние сопротивления этих элементов равны соответственно 1 Ом и 2 Ом. Чему равно внешнее сопротивление *R*, если ток I_1, текущий через первый элемент равен 1 А?

Задание 4.3

Найдите силы токов в каждой ветви электрической цепи, схема которой показана на рисунке. ξ_1 = 6,5 В; ξ_2 = 3,9 В. Все сопротивления равны 10 Ом.



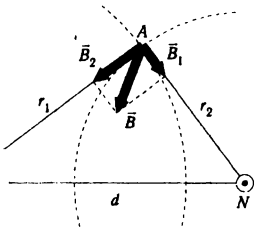
5. Пример выполнения упражнения тренинга на умение 5

Задание

Два прямолинейных длинных проводника, по которым текут токи I_1 = 10 А и I_2 = 20 А в противоположных направлениях, находятся на расстоянии 5 см друг от друга. Определите индукцию магнитного поля в точке *A*, расположенной на расстоянии 4 см от первого проводника и 3 см от второго.

Решение

Выполните последовательность алгоритма, указанную в перечне для умения № 5.

№ п/п	Алгоритм	Конкретное соответствие данной ситуации предложенному алгоритму
1	Определить, какие токи (элементы токов) создают поле в данной точке.	На рисунке изображены два параллельных прямолинейных проводника с токами I_1 (направлен перпендикулярно чертежу от нас) и I_2 (направлен перпендикулярно чертежу к нам). 
2	Для каждого тока (элемента тока) записать индукцию магнитного поля, которую он создает в этой точке.	Модуль индукции магнитного поля, создаваемого прямым током, определяется по формуле (рассматриваем случай вакуума): $B = \mu_0 \frac{I}{2\pi R}$.
3	Вычислить суммарную индукцию магнитного поля по принципу суперпозиции полей $\vec{B} = \sum_{i=1}^{n} \vec{B}_i$.	Индукция магнитного поля в точке A, согласно принципу суперпозиции, $\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2$, где $\vec{B}_1$ и $\vec{B}_2$ - индукция магнитных полей, созданных в этой точке соответственно проводниками с токами I_1 и I_2 (векторы $\vec{B}_1$ и $\vec{B}_2$ направлены из точки A по касательным к линиям магнитной индукции, т. е. к окружностям радиусами MA и NA). Поскольку треугольник MAN прямоугольный ($5^2=4^2+3^2$), $B = \sqrt{B_1^2 + B_2^2}$. Искомую магнитную индукцию в точке A вычисляем по формуле: $B = \frac{\mu_0}{2\pi}\sqrt{\frac{I_1^2}{r_1^2} + \frac{I_2^2}{r_2^2}} = 142$ мкТл.

Выполните самостоятельно следующие задания

Задание 5.1

Напряженность магнитного поля, созданного прямолинейным током 12 А, в некоторой точке равна 12,7 А/м. Определить индукцию магнитного поля в этой же точке и расстояние от нее до проводника.

Задание 5.2

В центре кругового тока с радиусом 5,8 см индукция магнитного поля равна $1{,}3 \cdot 10^{-4}$ Тл. Определить напряженность магнитного поля в центре и силу тока в проводнике.

Задание 5.3

Напряженность магнитного поля в центре кругового тока силой 11 А оказалась 120 А/м. Определить диаметр окружности, по которой течет ток, и индукцию магнитного поля в центре.

6. Пример выполнения упражнения тренинга на умение 6

Задание

Катушка сопротивлением 50 Ом и индуктивностью 10^{-3} Гн находится в магнитном поле. При равномерном изменении магнитного поля поток через катушку возрос на 10^{-3} Вб и ток в катушке увеличился на 0,1 А. Какой заряд прошел за это время по катушке?

Решение

Выполните последовательность алгоритма, указанную в перечне для умения № 6.

№ п/п	Алгоритм	Конкретное соответствие данной ситуации предложенному алгоритму
1	Рассчитать магнитный поток в различных состояниях и найти его изменение.	При равномерном изменении магнитного поля поток через катушку возрос на 10^{-3} Вб.
2	Рассчитать ЭДС индукции, возникающую при изменении магнитного потока.	При возрастании магнитного потока через катушку в ней возникает ЭДС индукции $\lvert\varepsilon_{инд}\rvert = \lvert\Delta\Phi/\Delta t\rvert$, вызывающая появление в ней электрического тока.
3	При наличии индуктивности учесть возникновение ЭДС самоиндукции.	Ток в катушке изменяется, следовательно, одновременно появляется ЭДС самоиндукции $\lvert\varepsilon_{си}\rvert = \lvert L\Delta I/\Delta t\rvert$. При этом очевидно, что ЭДС индукции и ЭДС самоиндукции вызывают токи в противоположных направлениях, следовательно: $I = \dfrac{\Delta\Phi/\Delta t - L\Delta I/\Delta t}{R}$.
4	Найти искомую величину.	За это время по катушке прошел заряд $q = I\Delta t = \dfrac{\Delta\Phi - L\Delta I}{R} = 0{,}18 \cdot 10^{-4}$ Кл.

Выполните самостоятельно следующие задания

Задание 6.1

За 1 мс в соленоиде, содержащем 1000 витков, магнитный поток изменился с 5 мВб до 2 мВб. Определите ЭДС индукции в соленоиде.

Задание 6.2

В катушке длиной l = 0,5 м, диаметром d = 5 см и числом витков N = 1500 сила тока равномерно увеличивается на 0,2 А за одну секунду. На катушку надето кольцо из медной проволоки (ρ = 17 нОм·м), площадь поперечного сечения которой $S_к$ = 3 мм^3. Определите силу индукционного тока, возникающего в кольце.

Задание 6.3

При изменении тока от 1А до 10А в соленоиде, содержащем 400 витков, его магнитный поток увеличился на $6 \cdot 10^{-3}$ Вб. Чему равна средняя ЭДС самоиндукции ξ_i, возникающая в соленоиде, если изменение тока произошло за 0,1 с.

Изд. лиц. ЛР № 071765 от 07.12.1998
Казахстанско-Российский университет
Объем 12,5 п.л. Тираж 750